Lösningar till tentamen i Reglerteknik (TSRT12)

Tentamensdatum: 10 juni 2021

1. (a) En tidsfördröjning kommer leda till att regulatorn inte direkt ser effekten av sina handlingar, vilket bland annat kan leda till oscillationer.

   (b) Robusthet är viktigt för att kunna garantera stabilitet trots att modellen av systemet inte är perfekt.

   (c) Det är intresant att undersöka det öppna systemet eftersom dess egenskaper direkt avgör hur det slutna systemet beter sig.

   (d) Statisk förstärkning är viktigt eftersom det är ett vanligt scenario att hålla referenssignalen konstant under långa perioder. (hålla en konstant hastighet, ett konstant avstånd, etc.)

2. Figuren visar att utsignalen är fasförskjuten med ung. 1/2 sekund, dvs med frekvensen w=3 betyder det att fasförskjutningen är -3*0.5 rad.

   Fasen för $\frac{K}{3Ti+1}$ är $-\arctan(3T)$ och således ska $\arctan(3T) = 3 * 0.5$ lösas vilket ger 4.7. Detta finns ej som alternativ (vår avläsning är ju inte exakt) men 4 och 5 är kandidater. Förstärkningen i 3 rad/s ges av $\left|\frac{K}{3Ti+1}\right| = \frac{K}{\sqrt{(3*T)^2+1}}$. Enligt figur är förstärkningen 1.5 så K kan lösas ut, och då $T = 4$ används fås $K = 18$ som alltså är lösningen ($T = 5$ ger $K = 22$ som inte finns som alternativ)

3. Vi har tre delkomponenter: pumpen som omvandlar spänning till flöde, tank 1 som har ett inflöde och genererar ett utflöde, och tank 2 som har ett inflöde och genererar ett utflöde.

   Tankarna måste per fysik ha statisk förstärkning 1 (statiskt flödar det ut lika mkt som det flödar ut). Pumpen har en statisk förstärkning. Detta betyder att konstanten 8 i överföringsfunktionen måste vara pumpen, och $\frac{1}{2s+1}$ är modellen över en tank. Således blir en seriekoppling av de tre komponenterna $\frac{8}{2s+1}\frac{1}{2s+1}$

4. (I) – (C) (långsamt hör ihop med låg bandbredd),
(II) – (A) (snabbare men väldämpat),
(III) – (D) (snabbare och lätt oscillativt),
(IV) – (B) (mycket oscillativt hör ihop med stor magnitudtopp)

5. Integraldelen kommer att leda till att öppna systemet får ett lågfrekvensasymptot som går mot ∞, medan derivatadelen kommer leda till att förstärkningen vid höga frekvenser planar ut. Det resulterar i kopplingarna:
(A) – (III) (lågfrekvensasymptot mot ∞ och förstärningen planar inte ut),
(B) – (IV) (förstärkningen planar ut för höga frekvenser),
(C) – (II) (hög förstärkning och inga tecken på I- eller D-del),
(D) – (I) (lägre förstärkning och inga tecken på I- eller D-del)

6. $L_{ny} = S_{uu}^{-1} S_{ux} = 5^{-1}\frac{1}{2} = 0.1$

7. (a) Det återkopplade systemet ges av

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} r(t) \\ &= \begin{pmatrix} -1-l_1 & -l_2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} r(t)\end{aligned}$$

Det slutna systemets egenvärden fås ur den karaktäristiska ekvationen

$$\begin{aligned}0 &= \det(\lambda I - (A - BL)) \\ &= (\lambda + 1 + l_1)(\lambda + 1) + l_2 \\ &= \lambda^2 + (2 + l_1)\lambda + (1 + l_1 + l_2)\end{aligned}$$

Vi önskar placera polerna i $-\alpha$, dvs

$$0 = \lambda^2 + 2\alpha\lambda + \alpha^2$$

En jämförelse mellan ekvationerna ger $l_1 = 2\alpha - 2$ och $l_2 = \alpha^2 - 2\alpha + 1$.

Svar: Återkopplingen ges av:

$$u(t) = -(2\alpha - 2 \quad \alpha^2 - 2\alpha + 1)x(t) + r(t).$$

(b)
- Överslängen för det återkopplade systemet är noll.
- Systemets snabbhet ges av polerna avstånd till origo, vilket ger att ett stort värde på α ger en kortare stigtid, medan ett mindre värde ger en längre stigtid.
- I praktiken avgörs dock hur snabbt systemet kan göras av hur stora insignaler som är möjliga.

(c) Nackdelen med förslaget i uppgiften är framförallt att x_2 måste deriveras. Dessutom tas inte hänsyn till informationen insignalen $u(t)$.

(d) Använd en observatör där även hänsyn tas till skattningsfelet:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

Observatörens K-matris måste beräknas så att egenvärdena till

$$(A - KC)$$

placeras i vänster halvplan. Slutligen bildas återkopplingen som

$$u = -L\hat{x} + r$$

8. (a) Fasmarginalen $\varphi_m \approx 40^\circ$ och amplitudmarginalen $A_m \approx 6$.

(b) Om tidsfördröjningen överstiger $\varphi_m/\omega_c = \frac{40\pi}{180}/0.1 \approx 7.0$s så blir det slutna systemet instabilt.

(c) Skärfrekvensen $\omega_c = 0.1$ skall höjas till $\omega_c' = 0.3$ mha en PD-regulator $F(s) = K(1 + T_d s)$. Fasen vid den nya skärfrekvensen ω_c' måste höjas från -180° till -140°. Detta innebär att $\arg F(i0.3) = 40^\circ$, vilket ger $T_d = \frac{\tan 40^\circ}{0.3} \approx 2.8$. Därefter höjs förstärkningen till 1 vid ω_c' genom att sätta $K = \frac{6}{\sqrt{1+(T_d\omega_c')^2}} \approx 4.6$.

9. Med hjälp av blockschemaräkning kan utsignalen skrivas som:

$$Y(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}R(s) + \frac{1+H(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}V(s).$$

(a) Med $R(s) = \frac{1}{s}$ och $V(s) = 0$ blir utsignalen:

$$Y(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}\frac{1}{s} = \frac{1}{s+2}\frac{1}{s}.$$

Slutvärdessatsen ger då:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s) = \frac{1}{2}.$$

(b) Med $H(s) = 0$, $R(s) = 0$ och $v(t) = sin(\omega t)$, $\omega = 1$ fås:

$$Y(s) = \frac{1}{1+F(s)G(s)}V(s) = \underbrace{\frac{s+1}{s+2}}_{S(s)}V(s).$$

I tidsdomänen blir då utsignalen (efter transienter):

$$|S(i)| \sin(t + \arg S(i))$$

där $|S(i)| = \sqrt{\frac{2}{5}} \approx 0.63$ och $\arg S(i) = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) \approx 0.32$.

(c) Med $H(s) = -\frac{s+1}{Ts+1}$ blir utsignalen i 2.b:

$$Y(s) = \frac{1 - \frac{1}{Ts+1}}{1 + \frac{1}{s+1}}V(s) = \frac{Ts}{Ts+1}\frac{s+1}{s+2}V(s).$$

För att halvera amplituden måste $\left|\frac{Ti}{Ti+1}\right| = \frac{T}{\sqrt{T^2+1}} \leq \frac{1}{2} \implies 2T^2 \leq T^2+1 \implies T \leq 1$. Tidskonstanten i lågpassfiltret får alltså som högst vara 1 för att halvera påverkan av störningen.