

# TENTAMEN I REGLERTEKNIK TSRT12

SAL: Hemtentamen

TID: 20 augusti 2021, klockan 8 - 13

KURS: TSRT12, Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 9

ANTAL SIDOR PÅ TENTAMEN (INKLUSIVE FÖRSÄTTSLAD): 12

ANSVARIG LÄRARE: Daniel Axehill, tel 013-284042, 0708-783670, e-post: daniel.axehill@liu.se.  
Tillgänglig på Teams, telefon och e-post.

BESÖKER SALEN: Kan nås enl. ovan under hela skrivtiden.

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, tel 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Alla som inte innebär någon form av kommunikation med andra deltagare eller utomstående. De lösningar som lämnas in ska enbart basera sig på handräkningar eller miniräknare. En lösningsgång som baseras på hjälpmedel som normalt sett inte är tillåtna kommer inte att ge poäng.

(*Normalt sett* tillåtna hjälpmedel: Läroboken Glad-Ljung: ”Reglerteknik, grundläggande teori” med normala inläsningsanteckningar, Kompletterande kompendium: Martin Enqvist: ”En introduktion till lärande reglering - Förstärkningsinlärning eller hur man tar fram en optimaltillståndåterkoppling utan en modell av systemet”. tabeller, formelsamling, räknedosa (ej dator, telefon, surfplatta, osv.) utan färdiga program.)

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

VISNING av tentan enligt senare e-mail

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER (kan komma att ändras):  
betyg 3 25 poäng  
betyg 4 35 poäng  
betyg 5 45 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras och bifogas tentan i Lisam

så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!



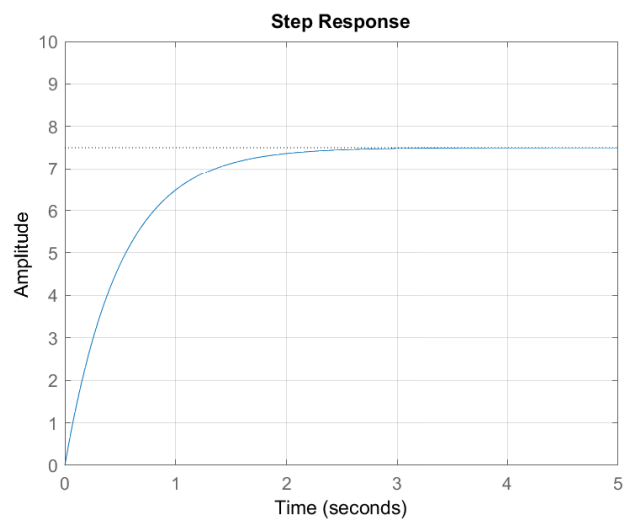
1. Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{b}{s + a}$$

För att bestämma koefficienterna  $a$  och  $b$  låter man insignalen vara ett steg med amplituden tre. Den resulterande utsignalen ges av figuren nedan. Ange  $a$  och  $b$ . (3p)



Figur 1: Stegsvär

(a)

$$a = 1, b = 1$$

(b)

$$a = 2, b = 5$$

(c)

$$a = 2, b = 1$$

(d)

$$a = -2, b = 1$$

(e)

$$a = 4, b = 10$$

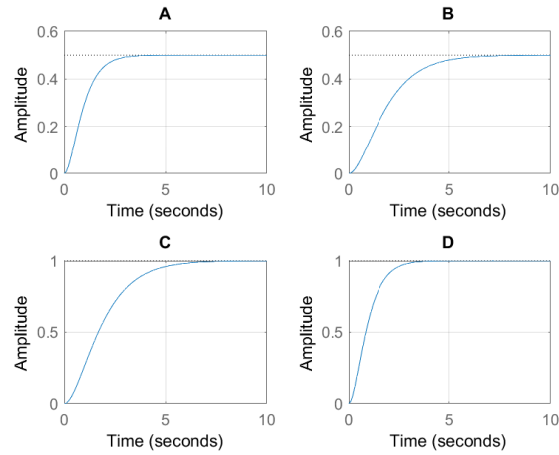
(f)

$$a = 2, b = 15$$

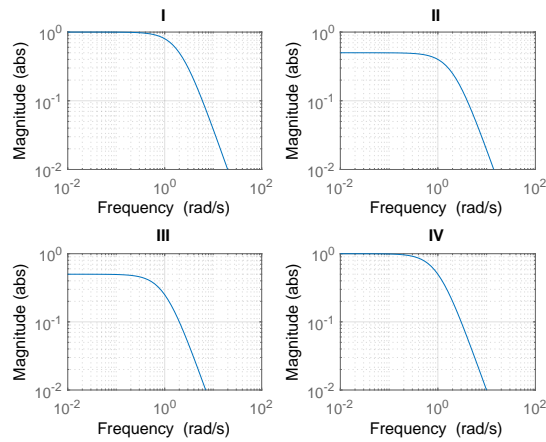
2. Ett system beskrivs på formen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

I figurerna nedan visas stegsvaren (för ett enhetssteg) respektive amplitudkurvorna för fyra olika  $G(s)$ . Kombinera stegsvaren och amplitudkurvorna. (4p)



Figur 2: Stegsvär



Figur 3: Amlitudkurvor

3. Vilket av systemen nedan har både kortast stigtid och lägst översläng? (3p)

(a)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

(b)

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

(c)

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + s + 4}$$

(d)

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 4}$$

(e)

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 6s + 9}$$

(f)

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + s + 9}$$

4. En massa som är upphängd i en fjäder kan beskrivas av differentialekvationen

$$\ddot{y}(t) + d\dot{y}(t) + ky(t) = \alpha u(t)$$

där  $y(t)$  och  $u(t)$  betecknar massans läge samt massans position. Vidare betecknar  $k$  och  $d$  fjäderkonstant och dämpning hos fjädern, och  $\alpha$  är en omvandlingskonstant. Antag att man vill formulera modellen på tillståndsform. Vad är lämpligt val av tillståndsvariabler i detta fall? (2p)

- (a)  $u(t), y(t)$
- (b)  $y(t), k$
- (c)  $y(t), \dot{y}(t)$
- (d)  $\ddot{y}(t), y(t)$
- (e)  $\ddot{y}(t), \dot{y}(t)$
- (f)  $d, \dot{y}(t)$
- (g)  $\dot{y}(t), u(t)$
- (h)  $y(t), \alpha$
- (i)  $d, \alpha$

5. Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = \frac{5}{(4s^2 + 4s + 1)}U(s)$$

och styrs med återkopplingen

$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

Fyra olika versioner av regulatorn  $F(s)$  testas.

I

$$F(s) = 2 + 0.4s$$

II

$$F(s) = 2 + 0.4s + 0.4/s$$

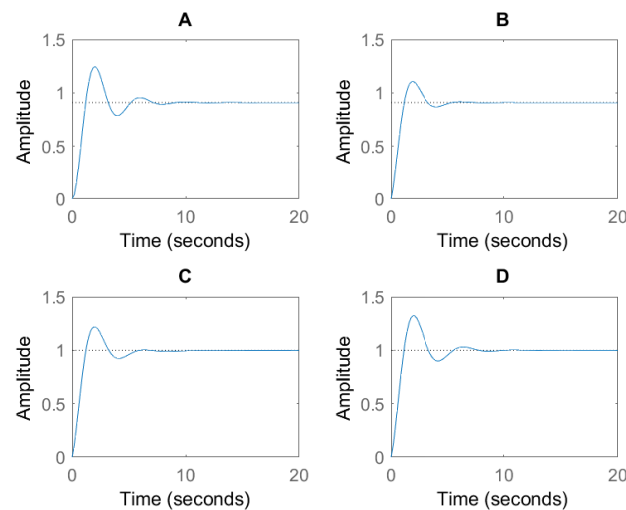
III

$$F(s) = 2 + 0.4s + 0.8/s$$

IV

$$F(s) = 2$$

Figur 4 visar stegsvaren för det återkopplade systemet för de fyra regulatorerna. Kombinera regulatorerna med kurvorna. (4p)



Figur 4: Stegsvär



6. Antag att ett system beskrivs av en första ordningens överföringsfunktion

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{k}{sT + 1}$$

och att systemet ska styras med en PI-regulator på formen

$$u(t) = K(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau)$$

där

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

Ett sätt att välja koefficienterna i PI-regulatorn är så kallad  $\lambda$ -trimning där koefficienterna väljs som

$$T_i = T \quad K = \frac{T}{k\lambda}$$

där  $k$  och  $T$  ges av modellen av systemet och koefficienten  $\lambda$  väljs så att det återkopplade systemet får önskade egenskaper.

- (a) Ange överföringsfunktionen från referens- till utsignal. (4p)
- (b) Ange det hur återkopplade systemets stigtid beror av  $\lambda$ . (2p)
- (c) Antag att referenssignalen till reglersystemet är ett steg med amplitud ett och att utsignalen är noll innan steget läggs på, d v s  $y(0) = 0$ . Ange hur  $u(0)$  beror på  $\lambda$ . (2p)
- (d) Baserat på resultaten i b) och c), vilken avvägning måste göras när det gäller valet av  $\lambda$ ? (2p)

7. Rörelsen hos en robotarm kan förenklat beskrivas av ekvationen

$$J\ddot{y}(t) = -f\dot{y}(t) + u(t)$$

där  $y(t)$  är robotarmens vinkel och  $u(t)$  är applicerat moment. Vidare är  $J$  tröghetsmomentet och  $f$  är friktionskoefficienten.

(a) Inför tillståndsvariablerna  $x_1(t) = y(t)$  och  $x_2(t) = \dot{y}(t)$  och ställ upp systemet på tillståndsform. (2p)

(b) Sätt  $J = 1$  och  $f = 1$ . Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler placeras i  $-\mu$ . (3p)

(c) I tillståndsåterkopplingen används en tillståndsskattning  $\hat{x}$  från en observatör (alltså  $u(t) = -L\hat{x}(t) + r(t)$ ). Antag att den ges av

$$\hat{x}(t) = x(t) + n(t)$$

där  $n(t)$  är en störning. Bestäm vad överföringsfunktionen från  $N(s)$  till  $Y(s)$  blir. (3p)

(d) Antag att störningen ges av:

$$n(t) = \begin{bmatrix} \sin t \\ 0 \end{bmatrix}$$

Om återkopplingen i b) används, hur stor får då  $\mu$  vara för att förstärkningen från störningen till mätsignalen ska vara under 0.5? (2p)

8. Ett system beskrivs av modellen

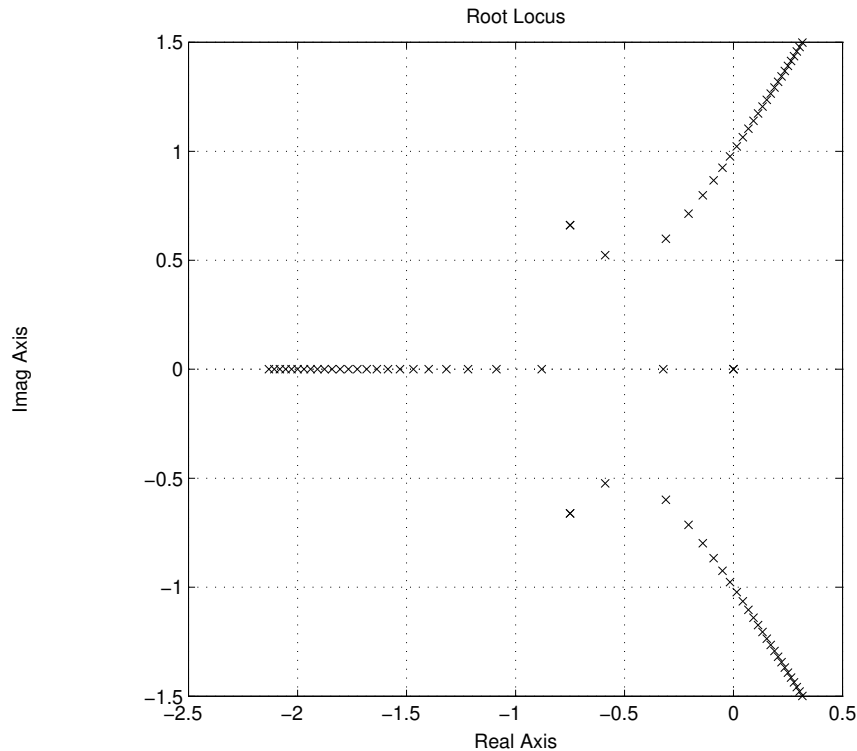
$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1.5)}U(s)$$

och det ska styras med en PI-regulator på formen

$$U(s) = (K_P + K_I \frac{1}{s})(R(s) - Y(s))$$

- (a) Sätt  $K_P = 1$  och bestäm det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (2p)

För att analysera hur det återkopplade systemets egenskaper beror på  $K_I$  ritas hur placeringen hos det återkopplade systemets poler förändras då  $K_I$  varierar mellan 0 och 5 med steget 0.2. Resultatet visas i figuren nedan.



Figur 5: Rotort.

- (b) För vilka värden på  $K_I$  är det återkopplade systemet stabilt? (2p)
- (c) För vilka värden på  $K_I$  har de komplexa polerna hos det återkopplade systemet relativ dämpning större än 0.7? (2p)
- (d) Antag att egenskaperna hos det återkopplade systemet i huvudsak bestäms av de komplexa polerna. Vilken stigtid och översläng erhålls om den relativa dämpningen för polerna är 0.7? (4p)

9. Antag att ett system beskrivs av modellen

$$G(s) = \frac{k}{sT + 1}$$

där det finns osäkerhet i både  $k$  och  $T$ , vilket betyder att det verkliga systemet kan beskrivas som

$$G^0(s) = \frac{k(1 + \Delta k)}{s(T + \Delta T) + 1}$$

Antag att det av robusthetsskäl krävs att

$$|\Delta G(i\omega)| < 0.5 \quad \forall \omega \quad (1)$$

där  $\Delta G(s)$  är det relativa modellfelet, och att problemet studeras för en koefficient i taget.

- (a) Antag nu att osäkerheten är i systemets statiska förstärkning och att det verkliga systemet ges av

$$G^0(s) = \frac{k(1 + \Delta k)}{sT + 1}$$

där det enda vi vet är att  $\Delta k + 1 > 0$ . Vilket krav på  $\Delta k$  fås om kravet i (1) ska uppfyllas? (2p)

- (b) Antag nu att osäkerheten är i systemets tidskonstant och att det verkliga systemet ges av

$$G^0(s) = \frac{k}{s(T + \Delta T) + 1}$$

där det enda vi vet är att  $T + \Delta T > 0$  Vilket krav på  $\Delta T$  fås om kravet i (1) ska uppfyllas? (4p)