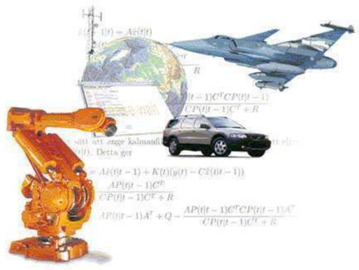
TTIT62: Föreläsning 8



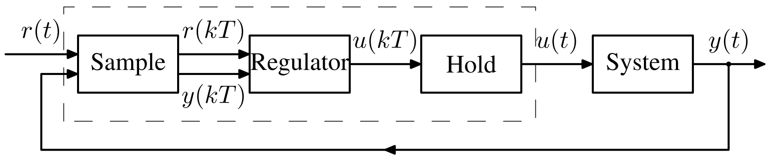
Martin Enqvist

Reglerteknik
Institutionen för systemteknik
Linköpings universitet

Tidsdiskreta system

Samplad reglering

Idag används oftast datorer för reglering $\Rightarrow$ Samplad reglering:



Fördelar med samplad reglering: enkelt att implementera godtyckliga funktioner (t.ex. tidsfördröjningar, olinjäriteter, logiska uttryck), billigare hårdvara, bättre flexibilitet

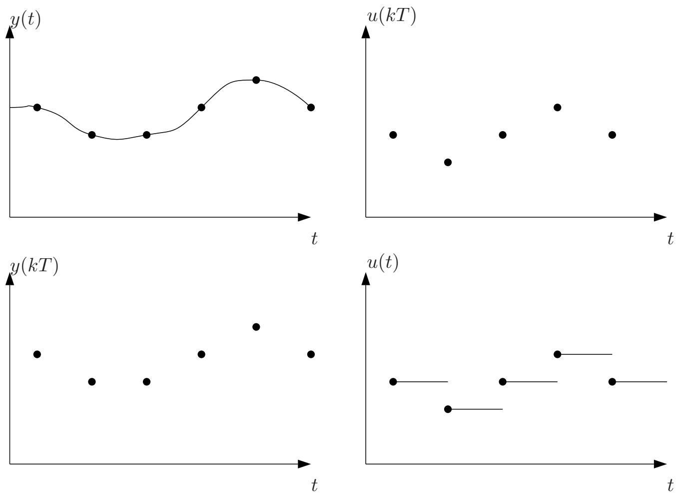
Nackdelar: fler parametrar att välja, kan försämra regleringen

Samplad reglering...

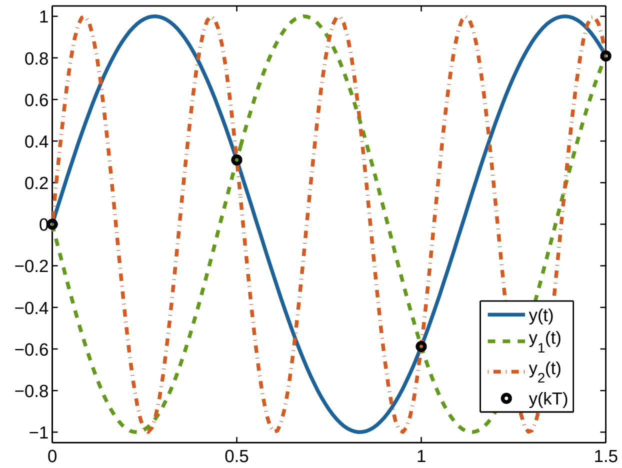
Tidsdiskreta regulatorer kan fås på två sätt:

I. Vid tidsdiskret reglerdesign baserad på en tidsdiskret systembeskrivning
II. Vid en tidsdiskret implementering av en tidskontinuerlig regulator

Samplade in- och utsignaler



Sampling av signaler



Samplingsteoremet

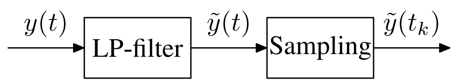
Hur ska samplingsfrekvensen väljas för att inte någon information ska gå förlorad vid samplingen?

Samplingsteoremet: En signal som inte innehåller några signalkomponenter över frekvensen ω_0 kan exakt rekonstrueras från samplade värden om samplingsfrekvensen ω_S uppfyller olikheten $\omega_0 \leq \frac{\omega_S}{2}$.

Frekvensen $\omega_N = \frac{\omega_S}{2}$ brukar kallas **nyquistfrekvensen**.

Samplande regulatorer

- I reglersystem brukar man använda tumregeln att samplingsfrekvensen ω_S ska vara 20 gånger den önskade bandbredden ω_B, d.v.s. 20 gånger den snabbaste frekvens som man vill att det slutna systemet ska kunna följa.
- Det kan dock finnas signalkomponenter (t.ex. mätbrus) som kan leda till vikningsdistorsion om man inte lågpassfiltrerar (med ett **antialiasfilter**) före samplingen.



Tidsdiskreta systembeskrivningar

Man behöver en tidsdiskret modell och tidsdiskreta reglertekniska analysverktyg då man

- direkt designar en tidsdiskret regulator
- har gjort en tidsdiskret implementering av en tidskontinuerlig regulator och den inte fungerar som väntat
- ska ta fram en robust allmän metod för tidsdiskret implementering av tidskontinuerliga regulatorer (som ska garantera att man aldrig hamnar i situationen i föreg. punkt)

Z-transformen

Den tidsdiskreta motsvarigheten till laplacetransformen är **z-transformen**:

$$\boxed{Y(z) = \mathcal{Z}\{y(k)\}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(k) z^{-k}}$$

($y(k) = 0$ för $k < 0$)

Z-transformen...

Några egenskaper:

$$\mathcal{Z}\{ay(k) + bv(k)\} = aY(z) + bV(z)$$

$$\mathcal{Z}\{y(k-1)\} = z^{-1}Y(z) + y(-1)$$

$$\mathcal{Z}\{y(k+1)\} = zY(z) - zy(0)$$

$$\mathcal{Z}\{\sum_{m=0}^{k} y(k-m)v(m) = Y(z)V(z)$$

Slutvärdesteoremet (om $y(k)$ konvergerar):

$$\lim_{k\to\infty} y(k) = \lim_{z\to 1}(z-1)Y(z)$$

Överföringsfunktion

En allmän rationell överföringsfunktion utan direktterm

$$G_T(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_1 z^{n-1} + \ldots + b_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n}$$

svarar mot en **differensekvation**

$$y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \ldots + a_n y(k) = b_1 u(k+n-1) + \ldots + b_n u(k)$$

Alternativt skrivsätt: $G_T(z) = \sum_{m=1}^{\infty} g_T(m) z^{-m}$, där $g_T(m)$ är **impulssvaret (viktfunktionen)**.

Tustins formel

Med hjälp av **Tustins formel** (bilinjär transformation) kan man transformera en tidskontinuerlig överföringsfunktion till en tidsdiskret.

Ersätt s med $\dfrac{2(z-1)}{T(z+1)}$

- OBS! Se till att samplingsfrekvensen är tillräckligt hög (tumregeln).
- Tustins formel används typiskt för tidsdiskret implementering av regulatorer.

Exempel: Tustins formel

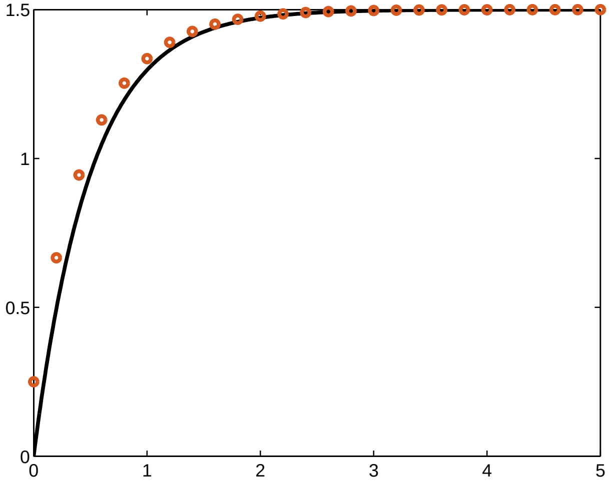
En approximativ tidsdiskret motsvarighet till

$$F(s) = \frac{3}{s+2}$$

kan beräknas m.h.a. Tustins formel. Resultat:

$$F_T(z) = \frac{3}{\frac{2(z-1)}{T(z+1)} + 2} = \frac{3T(z+1)}{2(T+1)z + 2(T-1)}$$

Exempel: Tustins formel. . .



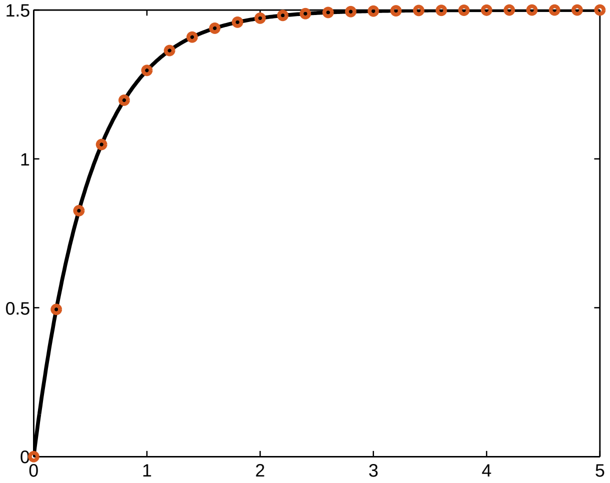
$(T = 0.2\,\mathrm{s})$

Exakt sampling

Antag att insignalen till systemet $G(s)$ är styckvis konstant, d.v.s. att $u(t) = u(kT)$, $kT \leq t < kT + T$. Den tidsdiskreta överföringsfunktionen

$$G_T(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{ \left(\mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \right)_{t=kT} \right\}$$

är då en *exakt* beskrivning av systemet i samplingsögonblicken.



$(T = 0.2\,\text{s})$