Föreläsning 12

Möjligheter och begränsningar vi återkoppling (6)

Mål: Håll $y(t)$ så nära $r(t)$ som möjligt, d v s håll $e(t)$ så litet som möjligt.

Blockschemat ger

$$E(s) = R(s) - V(s) - F(s)G(s)E(s)$$

d v s

$$(1 + F(s)G(s))E(s) = R(s) - V(s)$$

vilket ger

$$E(s) = \frac{1}{(1 + F(s)G(s))}(R(s) - V(s))$$

$$S(s) = \frac{1}{(1 + F(s)G(s))}$$

kallas känslighetsfunktion (sensitivity function). Reglerfelet är litet om $S(s)$ är "liten".

Exempel: PI-reglering.

$$F(s) = K_P + K_I \frac{1}{s}$$

$F(s) \to \infty$ då $s \to 0$ medför $S(0) = 0$, d v s det stationära reglerfelet är noll då r eller v är ett steg.

Mål: Gör $S(s)$ liten i så stort frekvensintervall som möjligt.

Inför också den komplementära känslighetsfunktionen

$$T(s) = 1 - S(s)$$

d v s

$$S(s) + T(s) = 1$$

$S(s)$ liten medför $T(s)$ nära ett.

Notera:

$$T(s) = 1 - S(s) = 1 - \frac{1}{1 + F(s)G(s)} = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} = G_C(s)$$

Mål: Gör bandbredden ω_B hos $G_C(s)$ så hög som möjligt.

Varför kan ω_B ej göras godtyckligt hög?

- Begränsningar hos styrsignalen
- Osäkerhet i mätningar
- Osäkerhet i den matematiska modellen

Styrsignalbegränsningar:

$$U(s) = \frac{F(s)}{1 + F(s)G(s)}(R(s) - V(s)) = \frac{G_C(s)}{G(s)}(R(s) - V(s))$$

Om ω_B väljs större än bandbredden hos $G(s)$ fås stor förstärkning från r och v till u.

Osäkerhet i mätningar:

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$U(s) = F(s)(R(s) - (Y(s) + N(s)))$$

där N är en mätstörning, och

$$Y(s) = G(s)U(s) + V(s)$$

ger

$$E(s) = S(s)(R(s) - V(s)) + T(s)N(s)$$

Hög bandbredd medför att N får större inverkan på E.

Osäkerhet i modellen:

$F(s)$ har beräknats, utgående från modellen $G(s)$, så att

$$G_C(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

är stabil, d v s så att

$$\phi_m > 0 \quad A_m > 1$$

Studera nu $G_O(i\omega) = F(i\omega)G(i\omega)$ i komplexa talplanet.

d v s $G_O(i\omega)$ ska ej "gå runt" punkten -1.

Antag nu att $F(s)$ används på systemet

$$G^0(s) = G(s)(1 + \Delta G(s))$$

där $\Delta G(s)$ kallas relativt modellfel. Hur kan vi garantera att

$$G_C^0(s) = \frac{F(s)G^0(s)}{1 + F(s)G^0(s)}$$

är stabilt, d v s att $F(i\omega)G^0(i\omega)$ ej "går runt" punkten -1?

Detta garanteras om avståndet mellan $F(i\omega)G(i\omega)$ och $F(i\omega)G^0(i\omega)$ är mindre än avståndet mellan $F(i\omega)G(i\omega)$ och -1.

$$\mid F(i\omega)G^0(i\omega) - F(i\omega)G(i\omega) \mid < \mid 1 + F(i\omega)G(i\omega) \mid$$
$$\mid F(i\omega)G(i\omega) \mid \Delta G(i\omega) \mid < \mid 1 + F(i\omega)G(i\omega) \mid$$
$$\mid \frac{F(i\omega)G(i\omega)}{1 + F(i\omega)G(i\omega)} \mid < \frac{1}{\mid \Delta G(i\omega) \mid}$$

Exempel: Osäkerhet i systemets förstärkning

$$G^0(s) = (1+\alpha)G(s)$$

d v s $\Delta G(s) = \alpha$. Kriteriet ger

$$\mid G_C(i\omega) \mid < \frac{1}{\alpha}$$

Antag t.ex. $\alpha = 0.5$, d v s systemets förstärkning är 50 % högre än vad som antagits. Detta ger $\mid G_C(i\omega) \mid < 2$ d v s krav på resonanstoppens höjd, d v s krav på A_m och ϕ_m.

Vissa begränsningar kan hanteras genom att använda en mera allmän regulatorstruktur.

Denna ger

$$G_C(s) = \frac{F_r(s)G(s)}{1 + F_y(s)G(s)}$$

samt

$$S(s) = \frac{1}{1 + F_y(s)G(s)} \qquad T(s) = \frac{F_y(s)G(s)}{1 + F_y(s)G(s)} \neq G_C(s)$$

mätstörningarna.