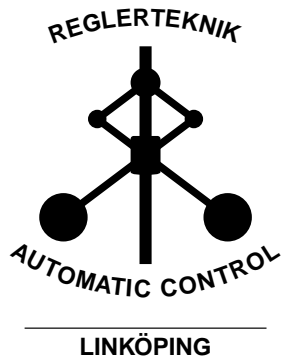


Reglerteknik grk — Lab 2

Modellbaserad reglering av dubbeltankar

Denna version: Oktober 2011



Namn: _____

Personnr: _____

Datum: _____

Godkänd: _____

1 Inledning

Denna laborationshandledning innehåller den information som är nödvändig för laborationens genomförande. Avsnitt 2 beskriver laborationens övergripande mål. De olika delmoment som ingår i laborationen beskrivs i avsnitt 3. Laborationsuppgifterna och förberedelseuppgifterna finns i avsnitt 4 respektive avsnitt 5. Dokumentation om laborationsprocessen finns i avsnitt 6. Det grafiska gränssnittet för laborationen beskrivs i det här kompendiet och ett liknande gränssnitt introducerades i laborationen 'PID-regulatorer och öppen styrning'.

Läs igenom hela dokumentet innan du påbörjar förberedelseuppgifterna!

2 Mål

Målen med laborationsuppgifterna är:

- att praktiskt bestämma en processmodell genom mätning av tidskonstant och förstärkning hos en process
- att givet en processmodell bestämma en regulator så att uppställda reglermål nås
- att praktiskt utprova regulatorn, analysera det slutna systemets prestanda och relatera resultatet till uppställda mål.

3 Utförande

Laborationen utförs i en fri form där man som laborant själv bestämmer hur och vad man ska göra för att nå de uppställda målen. Laborationsmålen finns beskrivna i avsnitt 4. Detta ställer självklart större krav på förberedelsearbete. Redovisningen av utfört arbete sker dels skriftligt och dels muntligt vid ett tillfälle efter laborationen. Laborationen kan delas upp i följande moment:

Förberedelse Innan laborationen ska en laborationsplan utarbetas. Planen ska beskriva vad som ska göras och hur. I förberedelsen ingår att lösa ett antal uppgifter som finns i avsnitt 5. Dessa har som syfte att introducera vissa tekniker och ska underlätta arbetet med laborationsplanen. Ett besök i labbet underlättar. Laborationsplanen tillsammans med förberedelseuppgifterna ska redovisas i början av laborationstillfället. Fråga din lektionsassistent om något är oklart inför laborationen.

Laborationstillfälle Fyra timmar är schemalagda för den praktiska delen av laborationen. En laborationsassistent finns tillgänglig i början och i slutet av laborationen. Tiden däremellan är avsedd för självständigt arbete. Om ytterligare tid erfordras står labbet till fritt förfogande på all icke schemalagd tid.

Rapportskrivning Laborationen redovisas i form av en kortfattad rapport som beskriver uppnådda mål och vilka lösningsvägar som har följts. Mer information om vad rapporten minst måste innehålla för att vara godkänd hittas under "Redovisning" i avsnitt 4. Lämplig rapportstorlek är 2–3 sidor plus diagram. Rapporten ska senast sju dagar efter det schemalagda laborationstillfället lämnas till laborationsassistenten.

Muntlig examination Godkännande av laborationen sker vid en muntlig examination för varje laborationsgrupp. Vid examinationen ska laboranterna muntligt redogöra för iakttagelserna vid laborationen och kunna förklara såväl valda lösningar som uppnådda resultat. Laborationsassistenten kommer också att ge kommentarer på den skrivna redogörelsen. Bestäm en tid för muntlig examination med din laborationsassistent vid labbtillfället.

4 Laborationsuppgifter

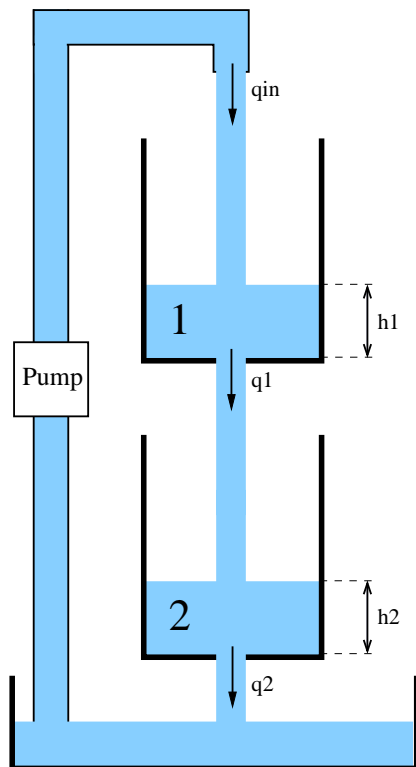
En reglering för att erhålla och bibehålla önskad nivå i ett dubbeltanksystem ska tas fram. Nivån som styrs ($h_2(t)$) är i den undre av två seriekopplade tankar. Insignal är spänning till en pump som pumpar in vatten i den övre tanken. En schematisk skiss finns i figur 1.

Modellering

- Bestäm tidskonstanten T . **Ledning:** Se förberedelseuppgifterna 5 och 7 som behandlar hur T kan bestämmas för systemet i labbet.
- Bestäm förstärkningen K_{dubbel} . **Ledning:** Se förberedelseuppgift 6 och 7 för metoder att bestämma K_{dubbel} för systemet i labbet.

Modellbaserad regulatordesign

Modellbaserad regulatordesign. Bestäm en regulator som uppfyller specifikationerna nedan (delvis introducerade i 'PID-reglering och öppen styrning'):



Figur 1: Skiss över tanksystemet.

- Stigtid: $T_R \leq 5s$
- Översläng: $M \leq 10\%$
- Stationärt fel: $e_0 \leq 5\%$

Samtliga krav är satta när systemet arbetar från en arbetspunkt. Ett steg blir då en avvikelse från den arbetspunkten.

(Lämplig arbetspunkt är $\bar{h} = 10\text{ cm}$ och lämplig steghöjd är 1 cm .)

Ledning Förberedelseuppgift 9 handlar om hur en regulator kan designas utgående från specifikationer i tidsplanet.

Prova regulatorn och försäkra dig om att den uppfyller de ställda kraven. Uppfyller regulatorn inte kraven får du konstruera en ny som gör det. Det är inte ovanligt att man får iterera några gånger innan man har ett acceptabelt resultat. Varför är det så (teori/praktik)?

Redovisning

Observera att rapporten skall vara *fristående* från detta laborations-PM och skriven så att en student som läst kursen men ej gjort laborationen skall förstå vad du gjort. Samtliga val skall motiveras på ett tydligt sätt.

Följande delar måste finnas redovisade i rapporten för att den ska kunna godkännas.

Modellering

- Den identifierade modellen samt hur den tagits fram.
- Bodediagram för processen.

Kompenserad reglering

- Den beräknade regulatorn samt hur den togs fram.
- Bodediagrammet för det öppna systemet (FG) och systemet (G).
- Amplitudkurvan i Bodediagrammet för det återkopplade (slutna) systemet.
- Testkörningar som visar att de ställda kraven uppfyllts.

5 Förberedelseuppgifter

Följande uppgifter ska vara utförda innan laborationen. De metoder och beräkningar som görs i uppgifterna utgör en bra grundstomme för det arbete som måste göras under laborationen. Utan bra förståelse för förberedelseuppgifterna blir det mycket svårt att genomföra laborationen, så låt dem ta lite tid.

1. Läs igenom dokumentationen i avsnitt 6. Studera speciellt hur omkopplarna ska vara inställda för de olika fallen. Fråga din lektionsassistent (före labben) om något är oklart.
2. Besök labbet och bekanta dig med utrustningen. Gör en laborationsplan som beskriver i stora drag hur labben skall genomföras. Tag hjälp av förberedelseuppgifterna nedan för att precisera stegen. Jämför utrustningen med bilderna i avsnitt 6.
3. Studera exempel 2.1 och 2.3 i kursboken och tänk igenom så att du förstår idéerna bakom linjärisering och varför vi behöver \bar{u} .

4. Rita ett Bodediagram för systemet

$$G(s) = \frac{32}{s + 8}.$$

Hur förändras amplitudkurvan respektive faskurvan i ett Bodediagram då förstärkningen ändras?

5. Överföringsfunktionen mellan insignal $\delta_u(t)$ och nivå $\delta_{h_1}(t)$ ges av

$$G_{enkel}(s) = \frac{K_{enkel}}{sT + 1}.$$

Alltså kan sambandet mellan $\delta_u(t)$ och $\delta_{h_1}(t)$ beskrivas med differentialekvationen

$$\dot{\delta}_{h_1}(t) + \frac{1}{T}\delta_{h_1}(t) = \frac{K_{enkel}}{T}\delta_u(t).$$

Låt insignalen vara ett steg,

$$\delta_u(t) = \begin{cases} c & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

för någon konstant $c > 0$ och visa hur T kan bestämmas ur stegsvaret, dvs nivåmätningen $h_1(t)$.

Ledning: Lös differentialekvationen för $\delta_{h_1}(t)$ och bestäm den tid då $\delta_{h_1}(t)$ har nått 63% av slutvärdet.

6. Överföringsfunktionen mellan insignal $\delta_u(t)$ och utsignal $\delta_{h_2}(t)$ ges av

$$G_{dubbel}(s) = \frac{K_{dubbel}}{(sT + 1)^2}.$$

Vad blir utsignalen $\delta_{h_2}(t)$? Låt insignalen $\delta_u(t)$ vara ett steg

$$\delta_u(t) = \begin{cases} c & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Visa hur K_{dubbel} kan bestämmas ur stegsvaret.

Ledning: Studera hur $\delta_{h_2}(t)$ beter sig för stora t .

7. Hur ska du använda uppkopplingen och de alternativ som finns i programmet för att bestämma konstanterna T och K_{dubbel} ? Vilken insignal ska du använda? Hur implementerar du den? Vad vill du mäta (vad är utsignalen)? Hur väljer du den?

8. I systembeskrivningen finns det två proportionalitetskonstanter k_{f_1} och k_{f_2} för omvandlingen från flöde till nivå. Teoretiskt är de lika, varför kan det vara bra att skilja på dem i praktiken? Vad är rimligt att anta för värde på k_t om man tar hänsyn till fysikaliska samband?

Ledning: Vad betyder olika värden på k_t vid stationaritet?

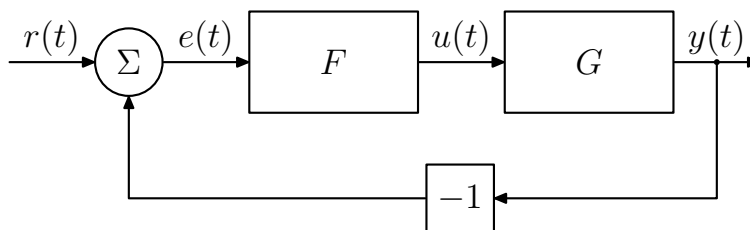
9. En process har överföringsfunktionen nedan.

$$G(s) = \frac{20}{(10s + 1)^2}$$

En fasavancerande/faskompenserande länk

$$F(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1} \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

ska dimensioneras för reglering av processen. Det slutna systemet beskrivs med blockschemat i figur 2.



Figur 2: Slutet system

Det slutna systemet ska uppfylla följande krav:

- Stigtid: $T_R \leq 2 \text{ s}$
- Översläng: $M \leq 25\%$
- Stationärt fel: $e_0 \leq 1\%$

Deluppgifterna nedan definierar en metod för att systematiskt designa en reglering utifrån givna specifikationer i tidsplanet. Obeservera att några av stegen bygger på approximationer, liksom att det i praktiken (t ex i laborationen) finns onoggrannheter i modellen. Det är därför en bra idé att se till att ha lite marginaler vid designen.

- a) Rita ett Bodediagram för processen G .
- b) Översätt kravet på översläng approximativt till ett krav på lämplig fasmarginal genom att använda figur 5.11 i kursboken.

- c) Översätt kravet på stigtid approximativt till ett krav på lämplig skärfrekvens genom att använda figur 5.12 i kursboken.
- d) Ange en fasavancerande länk (F_{lead}) och ett K som gör att kraven på stigtid och översläng uppfylls.
- e) Bestäm en fasretarderande länk (F_{lag}) så att det stationära felet e_0 blir det önskade.

Ledning: Överföringsfunktionen mellan referens $r(t)$ och felet $e(t)$ är

$$\frac{1}{1 + F(s)G(s)}$$

Använd slutvärdesteoremet för att bestämma γ .

- f) Rita ett Bodediagram för det kompenserade systemet $F(s)G(s)$. Uppfyller systemet kraven på ϕ_m och ω_c du satt?
- g) Simulera det återkopplade systemet då referenssignalen $r(t)$ är ett steg. Uppfylls de ställda kraven? Om inte kan man få justera kraven i frekvensplanet och göra en ny design. Är resultatet för långsamt kan man undersöka hur skärfrekvensen ω_c och parametern τ_I påverkar systemets snabbhet. Är överslängen för stor kan man testa att ändra fasmarginalen ϕ_m . Om det stationära felet är för stort kan man minska γ .

10. Påbörja laborationsrapporten genom att göra en disposition.

6 Labutrustning och gränssnitt

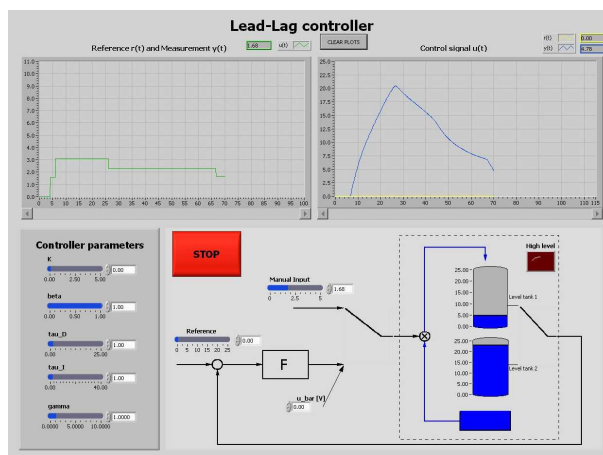
I denna laboration kommer du att arbeta med utformandet av en regulator på många nivåer. Till att börja med byggs en matematisk modell av systemet i avsnitt 6.2.2. Denna kan man sedan använda för att ta fram en regulator som kan simuleras för att sedan implementeras. Vissa av dessa steg görs på laborationen och i detta avsnitt beskrivs de system och program du kommer att komma i kontakt med under laborationen.

6.1 Gränssnitt

Nedan beskrivs de två programmen "LeadLag" samt "Simulation" som används till att styra respektive simulera dubbeltanken och regulatorn.

6.1.1 Reglersystemet

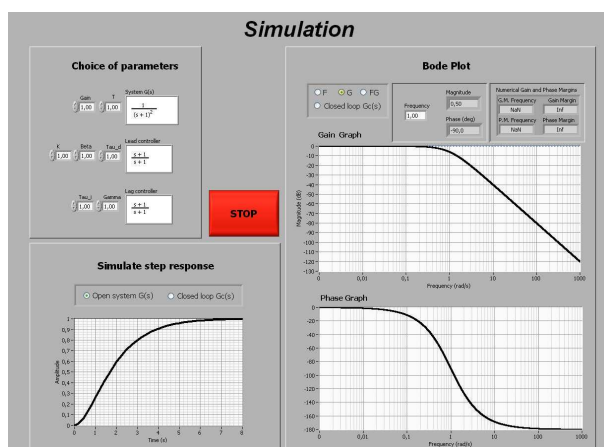
I figur 3 visas gränssnittet för regleringen av dubbeltankar. Här kan samtliga signaler genereras in till systemet. De kan även avläsas i de två graferna. Skalan på graferna kan ändras genom att dubbelklicka på ett av skalans värden och skriva dit sitt eget. Parametrarna till regulatorn kan väljas till vänster under 'Controller parameters'. De två omkopplarna väljer mellan öppet/slutet system respektive mätning av nivå hos undre/övre tank. Den stationära styrsignalnivå som används i linjäriseringen av systemet senare i laborationen kan sättas med 'u_bar' (\bar{u}).



Figur 3: Gränssnitt för reglering av dubbeltankar.

6.1.2 Simuleringsmiljö

I simuleringsmiljön kan man utvärdera sin lösning utan att behöva köra det långsamma systemet. Miljön är uppdelad i tre olika områden, se figur 4. Till vänster väljs värden på de olika parameterarna som ingår i systemet och i regulatorn. Längst ned till vänster kan man simulera ett stegsvar för det öppna respektive det slutna systemet. Till sist kan man se Bodediagrammet längst till höger. Där finns valet mellan regulatorn F , systemet G , det kompenserade öppna systemet $G_0 = FG$ och det slutna systemet G_c . Det finns även möjlighet att välja en vinkelfrekvens där amplitud och fas kan avläsas. Simuleringen kan avbrytas genom att klicka på 'STOP'.



Figur 4: Simuleringsmiljö för reglering av dubbeltankar.

Samtliga beräkningar och figurer kan även utföras respektive genereras i Matlab om så önskas.

6.2 Tanksystem

I figur 5 finns en labprocess i form av två seriekopplade tankar avbildade. Processen består av en pump, styr- och mätkort, samt ett spänningsaggregat.

6.2.1 Fysikalisk beskrivning

Pumpen styrs med hjälp av insignalen $u(t)$ och pumpar in vatten till den övre tanken (tank 1). I botten på tank 1 finns ett utlopp som släpper ut vatten. Flödet ($q_1(t)$) genom detta utlopp ökar med en högre nivå i tanken. Det som rinner ut från den övre tanken rinner direkt in till den undre tanken och kan då ses som insignal till detta delsystem. Vi mäter nivåerna i de två



Figur 5: Dubbeltankar

tankarna och de betecknas med $h_1(t)$ respektive $h_2(t)$. Se även figur 1 för det schematiska utseendet hos processen.

Pumpen kan matas med spänningar mellan $0 - 5V$ och då kommer flödet från pumpen vara linjärt proportionellt mot inspänningen ($q_{in}(t) = k_p u(t)$). En pump kan modelleras på olika sätt, men i denna laboration kommer vi att se den som en ren förstärkning. Detta kan vi göra då tidskonstanten för pumpen är liten i jämförelse med tanksystemet.

Nivåmätningarna sker med en tryckgivare i botten av respektive tank. Deras grundinställning kan driva något. Om felet vid tom tank är för stort kan laborationsassistenten justera detta.

6.2.2 Systembeskrivning

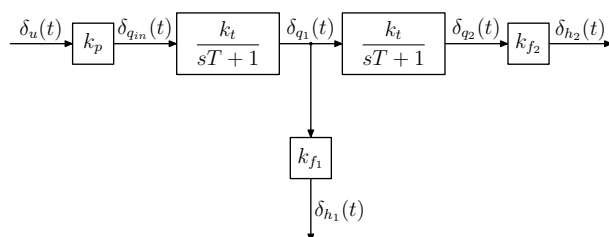
Låt oss införa följande beteckningar:

$u(t)$	— inspänning	(V)
\bar{u}	— inspänning vid arbetspunkt	(V)
$\delta_u(t)$	— avvikelse från arbetspunkt	(V)
$h_{ref}(t)$	— önskad nivå tank 1	(cm)
$h_1(t)$	— nivå tank 1	(cm)
\bar{h}_1	— nivå för tank 1 vid arbetspunkt	(cm)
$\delta_{h_1}(t)$	— avvikelse från \bar{h}_1	(cm)
$h_2(t)$	— nivå tank 2	(cm)
\bar{h}_2	— nivå för tank 2 vid arbetspunkt	(cm)
$\delta_{h_2}(t)$	— avvikelse från \bar{h}_2	(cm)
$q_{in}(t)$	— inflöde tank 1	(cm ³ /s)
$q_1(t)$	— utflöde tank 1	(cm ³ /s)
\bar{q}_1	— utflöde tank 1 vid arbetspunkt	(cm ³ /s)
$\delta_{q_1}(t)$	— avvikelse från \bar{q}_1	(cm ³ /s)
$q_2(t)$	— utflöde tank 2	(cm ³ /s)
\bar{q}_2	— utflöde tank 2 vid arbetspunkt	(cm ³ /s)
$\delta_{q_2}(t)$	— avvikelse från \bar{q}_2	(cm ³ /s)
K_{enkel}	— proportionalitetskonstant (enkeltank)	(cm ³ /V)
K_{dubbel}	— proportionalitetskonstant (dubbeltank)	(cm ³ /V)
k_p	— proportionalitetskonstant (pump)	(cm ³ /s · V)
k_t	— proportionalitetskonstant (tank)	(-)
k_{f_i}	— proportionalitetskonstant (flöde→nivå)	(cm · s/cm ³)

Vi noterade redan i PID-laborationen att detta var ett olinjärt system. För att kunna arbeta med detta system med våra designmetoder måste vi approximera systemet med ett linjärt system. Då man gör detta utgår man från en arbetspunkt (jämviktsläge). Det betyder i vårt fall att en konstant spänning på pumpen ger ett konstant inflöde till tank 1. Nivån kommer då att bli konstant då utflödet är lika med inflödet. Vid denna statiska jämvikt kommer den undre tanken att få samma inflöde och därmed uppnå samma konstanta nivå (om tankarna har samma genomskärningsarea och utloppen har samma area). Slutsatsen blir att vi kommer att arbeta med avvikelser från en vald arbetspunkt. Sambandet för insignalen är $u(t) = \bar{u} + \delta_u(t)$. De övriga signalerna beskrivs på samma sätt. Därför finns det möjlighet att välja \bar{u} i gränssnittet.

Allt detta gör att vid en arbetspunkt \bar{h}_x kan vi läsa av \bar{u} och sätta den i gränssnittet. Sedan kan vi analysera systemet som vi brukar. Se appendix A för detaljer i beräkningarna vid linjäriseringen.

Med hjälp av ovanstående beteckningar och resonemang kan vi rita upp blockschemat i figur 6, där blocken märkta k_p respektive k_t representerar pump respektive tank. k_f betecknar omvandlingen från flöde till nivå. Överföringsfunktionen har delats upp i sektioner för att illustrera hur vi tar ut mätsignaler från systemet.



Figur 6: Blockschemat av dubbeltanksystemet.

Under laborationen kommer vi studera både enkel- och dubbeltanksystemet. Till att börja med ges överföringsfunktionen från inspänning $\delta_u(t)$ till nivå hos tank 1, $\delta_{h_1}(t)$

$$G_{enkel}(s) = \frac{\Delta_{h_1}(s)}{\Delta_u(s)} = \frac{k_p k_t k_{f_1}}{sT + 1} = \frac{K_{enkel}}{sT + 1}$$

där

$$K_{enkel} = k_p k_t k_{f_1}$$

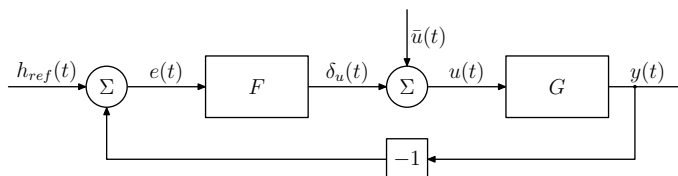
Vi kommer också att studera överföringsfunktionen från inspänning $\delta_u(t)$ till nivå hos tank 2, $\delta_{h_2}(t)$, och den ges av

$$G_{dubbel}(s) = \frac{\Delta_{h_2}(s)}{\Delta_u(s)} = \frac{k_p k_t^2 k_{f_2}}{(sT + 1)^2} = \frac{K_{dubbel}}{(sT + 1)^2}$$

där

$$K_{dubbel} = k_p k_t^2 k_{f_2}$$

Därmed kommer det slutna systemet i laborationen att se ut enligt figur 7.



Figur 7: Blockschemat av det återkopplade systemet efter linjärisering.

A Matematisk beskrivning

I detta appendix förklaras matematiken bakom den givna överföringsfunktionen. Från början studeras de två tankarna var för sig med olika areor på tanken och utloppen. Sedan linjäriseras systemet för att arbeta kring en viss punkt (exempelvis kring höjden 10 cm). När man har lika värden för de två tankarna, som det är i denna laboration, kan man förenkla framtagningen av överföringsfunktionen.

Beteckningarna är samstämmiga med laborationskompendiet i övrigt, se figur 1.

Till att börja med tar vi fram de olinjära ekvationerna utifrån fysikalisk modellering för varje tank (Bernoullis lag). För tank 1 betraktar vi flöde som utsignal (utflödet från tank 1 är inflöde till tank 2) medan för tank 2 betraktar vi nivån som utsignal. a_i betecknar utloppets tvärsnittsarea medan A_i betecknar tvärsnittsarean hos tanken.

Det allmänna uttrycket för en tank ges av

$$A_i \frac{dh_i(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{ut}(t)$$
$$q_{ut}(t) = a_i \sqrt{2gh(t)}$$

Ur detta följer att för två sammankopplade tankar som i figur 1 är ekvationerna

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1(t)} + \frac{q_{in}(t)}{A_1}$$
$$\frac{dh_2(t)}{dt} = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2(t)} + \frac{a_1}{A_2} \sqrt{2gh_1(t)}$$
$$y(t) = h_2(t)$$

Då detta är olinjära ekvationer som är svåra att hantera (i den här kursen) linjäriserar vi dem med en första ordningens Taylorapproximation kring jämviktspunkten \bar{h}_i och inför differensen ($h_i(t) = \bar{h}_i + \delta_{h_i}(t)$) som en ny variabel (se exempel 2.1 i kurslitteraturen). Resttermer försummas.

$$\frac{d\delta_{h_1}(t)}{dt} = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{\frac{g}{2\bar{h}_1}} \delta_{h_1}(t) + \frac{\delta_{q_{in}}(t)}{A_1}$$
$$\frac{d\delta_{h_2}(t)}{dt} = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{\frac{g}{2\bar{h}_2}} \delta_{h_2}(t) + \frac{a_1}{A_2} \sqrt{\frac{g}{2\bar{h}_1}} \delta_{h_1}(t)$$
$$\delta_y(t) = \delta_{h_2}(t)$$

Om vi nu antar att samtliga tankar har samma area A och att utloppen har samma area a så kan nu uttrycken förenklas. Inför även $T = \frac{A}{a} \sqrt{\frac{2\bar{h}}{g}}$ och $\delta_{q_{in}}(t) = k_p \delta_u(t)$. Detta ger

$$\begin{aligned}\frac{d\delta_{h_1}(t)}{dt} &= \frac{-\delta_{h_1}(t)}{T} + \frac{k_p \delta_u(t)}{A} \\ \frac{d\delta_{h_2}(t)}{dt} &= -\frac{\delta_{h_2}(t)}{T} + \frac{\delta_{h_1}(t)}{T} \\ \delta_y(t) &= \delta_{h_2}(t)\end{aligned}$$

Sedan kan ekvationerna Laplacetransformeras för att få fram överföringsfunktionen.

$$\begin{aligned}s\Delta_{h_1}(s) &= \frac{-\Delta_{h_1}(s)}{T} + \frac{k_p \Delta_u(s)}{A} \\ s\Delta_{h_2}(s) &= -\frac{\Delta_{h_2}(s)}{T} + \frac{\Delta_{h_1}(s)}{T} \\ \Delta_y(s) &= \Delta_{h_2}(s)\end{aligned}$$

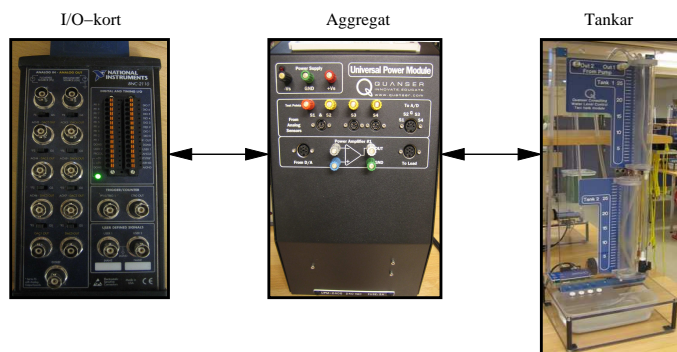
Sammanfattningsvis skriver vi sambanden som

$$G_{dubbel}(s) = \frac{\Delta_{h_2}(s)}{\Delta_u(s)} = \frac{k_p T}{A(sT + 1)^2} = \frac{K_{dubbel}}{(sT + 1)^2}$$

Noteras bör att vi nu har approximerat det olinjära systemet med en linjär framställning (felet är resttermerna) och att samtliga variabler nu är en avvikelse från jämviktspunkten.

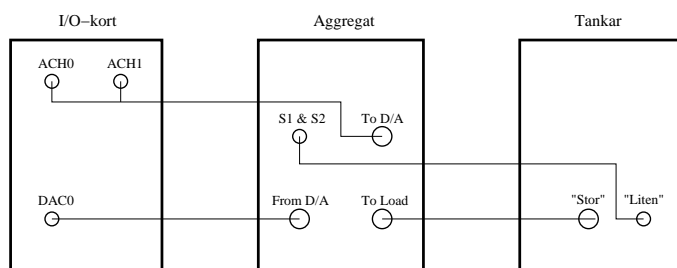
B Kopplingsbeskrivning

Nedan beskrivs hur utrustningen till laborationen kopplas upp. Observera att denna koppling finns redan från start och ingen omkoppling behövs göras. I figur 8 visas det övergripande schemat för dubbeltanksystemet. I/O-kortet distribuerar vidare signalerna till datorn där all behandling av data sker.



Figur 8: Övergripande signalvägar

Figur 9 visar kopplingsschema för laborationen. Samtliga kablar är unika så det finns inga likadana kablar som kan förväxlas. Kabeln som går från 'ACH0' och 'ACH1' till 'To D/A' är Y-kopplad, dvs den är uppdelad i två kontakter i ena änden. Notera även att styrspaken behöver en spänningsmatning. Den tas från framsidan på spänningsaggregatet.



Figur 9: Schema för uppkoppling av dubbeltankar och styrspak.