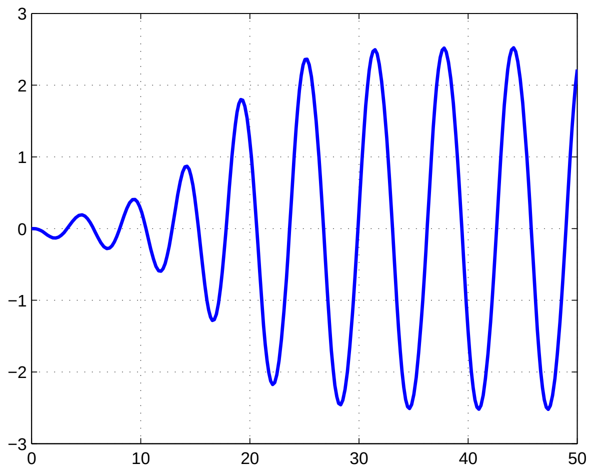
Laboration i Reglerteori, TSRT09

Stabilitetsanalys och reglering av olinjära system

Denna version: 1 mars 2018

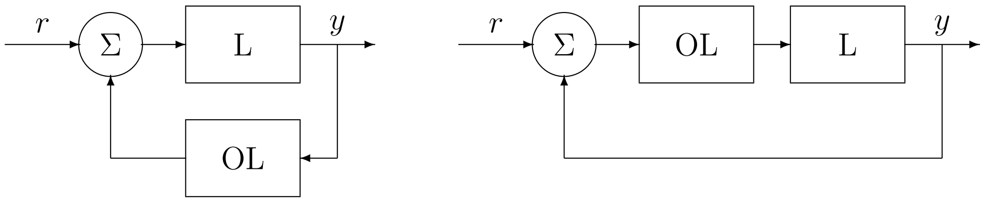


REGLERTEKNIK
AUTOMATIC CONTROL
LINKÖPING

Namn:	
Personnr:	
Datum:	
Godkänd:	

1 Inledning

Denna laboration behandlar svängningar och stabilitet. Vi skall koncentrera oss på konfigurationer enligt figur 1, dvs återkopplade system bestående av en statisk olinjäritet och ett linjärt delsystem.

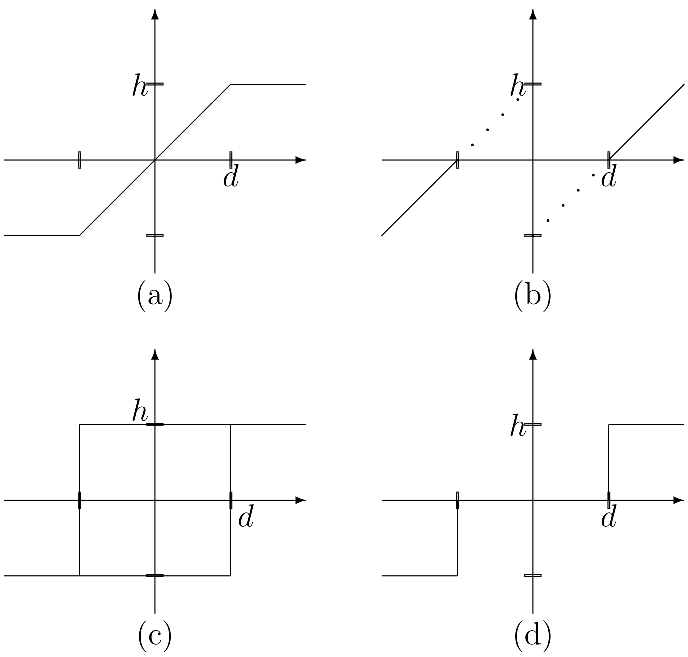


Figur 1: Systemstrukturer: L = linjärt system, OL = olinjärt system.

Vi skall bland annat undersöka följande statiska olinjäriteter: kubisk olinjäritet

$$y = hu^3 \tag{1}$$

mättning, dödzon, relä med hysteres och relä med dödzon, se figur 2. Byggtips för hur några av dessa olinjäriteter kan implementeras i SIMULINK återfinns sist i detta häfte.



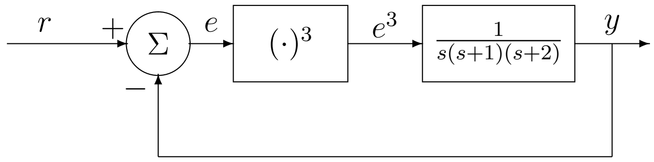
Figur 2: De statiska olinjäriteterna mättning (a), dödzon (b), relä med hysteres (c) och relä med dödzon (d).

För att få tillgång till nödvändiga filer måste kursen initieras genom att i MATLAB skriva

```
>> initcourse tsrt09
```

2 Några olinjära fenomen

Vi skall börja med att undersöka några fenomen som uppträder i olinjära system men inte i linjära. Betrakta systemet i figur 3. Implementera det i SIMULINK.



Figur 3: System med kubisk olinjäritet. Den kubiska funktionen kan implementeras med blocket Fcn som kan hittas under User-Defined Functions.

Uppgift 1 Undersök systemet i figur 3 med t ex steg på 1, 2 och 3 i referenssignalen r. På vilket sätt skiljer sig stegsvaret från vad man skulle få för ett linjärt system?

. . . .
. . . .

Uppgift 2 Jämför utsignalerna för följande referenssignaler genom att plotta dessa i samma diagram:

$$r_1 = 2, \quad r_2 = 0.5\cos(100t), \quad r_3 = 2 + 0.5\cos(100t)$$

Vad kan man säga om superpositionsprincipen?

. . . .
. . . .

Uppgift 3 Förklara varför utsignalerna till r_1 och r_3 skiljer sig åt vid låga frekvenser trots att referenssignalerna bara skiljer sig åt vid höga frekvenser.

Tips: Utnyttja resultatet i förberedelseuppgift 2.

....
....

3 Beskrivande funktioner och självsvängningar

Vi skall undersöka självsvängningar i återkopplade system med konfigurationer som i figur 1. För att analysera vad som händer skall vi använda beskrivande funktioner.

3.1 Beskrivande funktioner

De vanligaste beskrivande funktionerna finns inlagda som MATLAB-funktioner:

`dfcube`	kubisk förstärkning enligt (1).
`dfsat`	mättning enligt figur 2 (a).
`dfdeadz`	dödzon enligt figur 2 (b).
`dfrelay`	relä med hysteres enligt figur 2 (c).
`dfreldz`	relä med dödzon enligt figur 2 (d).

Beskrivande funktionens värde för amplituden c med parametervärdena d och h (enligt definitionerna i ekvation (1) och figur 2) fås genom

```
dfcube(c,h), dfsat(c,[d,h]), dfdeadz(c,[d,h]), ...
```

Uppgift 4 Vilka av ovanstående beskrivande funktioner är reellvärda? Varför?

....
....

Uppgift 5 Försök att nedan skissa hur de reellvärda beskrivande funktionerna ser ut, utan att göra några räkningar. Utnyttja tolkningen att den beskrivande funktionen är en amplitudberoende förstärkning. Verifiera sedan genom att plotta de beskrivande funktionerna, t ex genom en kommandosekvens av följande slag,

```
c=0:0.01:10;
plot(c,dfsat(c,[2,3]))
```

som plottar den beskrivande funktionen för mättning med $d = 2$, $h = 3$.

Figur 4: Skissa här själv de reellvärda beskrivande funktionerna.

3.2 Självsvängningar

För att undersöka självsvängningar i ett system enligt figur 1 kan man som bekant plotta $-1/Y_f$, där Y_f är den beskrivande funktionen för olinjäriteten, och Nyquistkurvan för det linjära systemet i samma diagram. Till hjälp för detta finns funktionen

```
dfplot(dfun,p,c,g,w)
```

där `dfun` är den beskrivande funktionen med parametervektor `p` och `g` är den linjära överföringsfunktionen. Vektorerna `c` och `w` innehåller de amplituder respektive frekvenser som skall markeras i diagrammet. `g` representeras som ett LTI-objekt.

Exempel 1 Om beskrivande funktionen för en mättning med $d = 2$, $h = 3$ skall plottas tillsammans med Nyquistkurvan för

$$G(s) = \frac{30}{s^3 + 4s^2 + 7s + 1}$$

så kan man t ex skriva

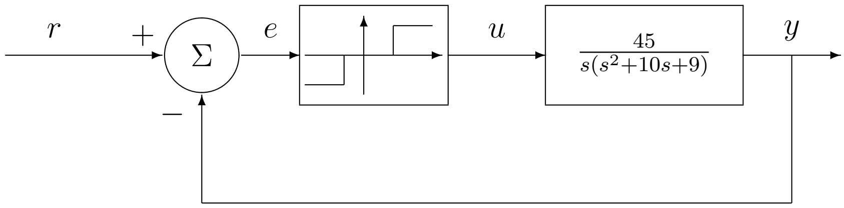
```
g=tf(30,[1 4 7 1])
c=[2,5,10]
w=[0.1,1,10]
dfplot('dfsat',[2,3],c,g,w)
```

För att få bättre upplösning kring skärningen kan man sedan exempelvis skriva

```
w=[1,2,5,10]
c=[2,3,4,5]
dfplot('dfsat',[2,3],c,g,w)
```

(Som synes plottas bara kurvorna för `c`- respektive `w`-värden som ligger mellan största och minsta angivna värde.) □

Betrakta nu systemet i **figur 5:**



Figur 5: System innehållande relä med dödzon.

Uppgift 6 Anta att $d = 0.2$, $h = 1$. Visa att beskrivande funktionen förutser två självsvängningar med olika amplitud. Vilka amplituder och frekvenser får man?

Tips: Plotta den beskrivande funktionen som i uppgift 5 för att se vilka amplitudvärden som är lämpliga att ge som argument `c` till `dfplot`. Använd `dfplot` som i förberedelseuppgift 4.

. . . .
. . . .

Uppgift 7 Vilken av svängningarna kommer man att observera i praktiken? Motivera.

. . . .
. . . .

Uppgift 8 Vad kommer att hända om man startar en simulering där utsignalens initialvärde är 0.205, 0.4 respektive 1.5? Verifiera genom att utföra simuleringarna.

Tips: Utgå ifrån implementationen av förberedelseuppgift 5.

. . . .
. . . .

3.3 Reglering

Vi skall nu studera hur man kan förändra systemet för att undvika självsvängningar. Enligt beskrivande funktionsmetoden skall man då undvika skärning mellan kurvorna $-1/Y_f$ och $G(i\omega)$. Om olinjäriteten är given av den fysiska implementeringen, vilket är vanligt, är man hänvisad till att förändra $G_o(s)$. I många fall är det enklast att dra ner förstärkningen. Detta försämrar emellertid ofta regleregenskaperna. Man kan då i stället välja att bara förändra egenskaperna i vissa frekvensområden genom att använda en fasavancerande

$$F_{\text{lead}}(s) = K\frac{\tau_D s + 1}{\beta\tau_D s + 1}$$

eller fasretarderande

$$F_{\text{lag}}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

länk i serie med $G(s)$.

Uppgift 9 Betrakta åter systemet i figur 5. Hur ser stegsvaret ut om referenssignalen har amplituden 2? Förklara varför man får samma amplitud och frekvens hos svängningen som utan steg.

Tips: Låt steget starta efter att transienterna har försvunnit. Om initialtillståndet på utsignalen är noll blir det inga transienter.

....

....

Uppgift 10 Ersätt G med KG och välj K så att ingen skärning med $-1/Y_f$ erhålls. Verifiera att självsvängningen försvinner ur stegsvaret. Varför får stegsvaret ett stationärt fel?

....

....

Uppgift 11 Inför en fasavancerande länk

$$F_{\text{lead}}(s) = 0.27\frac{1.24s + 1}{0.07 \cdot 1.24 \cdot s + 1}$$

och visa att ingen självsvängning uppstår. Verifiera det också med simuleringar.

....

....

Uppgift 12 Hur många gånger kan regulatorns förstärkning ökas utan att någon självsvängning uppstår? Beräkna och verifiera sedan med simuleringar.

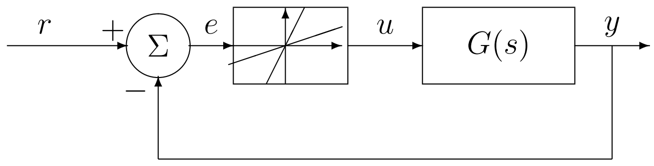
Tips: Det tar ett tag för svängningarna att försvinna så ha inte för kort simuleringstid.

....

....

4 Cirkelkriteriet

Cirkelkriteriet behandlar som bekant situationer enligt figur 6. Det enda man behöver veta om olinjäriteten är att den är



Figur 6: System där cirkelkriteriet kan tillämpas.

instängd mellan linjer med kända lutningar, k_1 och k_2. För att undersöka om cirkelkriteriet är uppfyllt kan man använda

```
ciplot(k1,k2,g,wrange)
```

där `g` är det linjära systemets överföringsfunktion och `wrange` en vektor med ω-värden som märks ut på Nyquistkurvan. Man får då Nyquistkurvan och en cirkel genom $-1/k_1$, $-1/k2$ uppritade och kan avgöra när cirkelkriteriet är uppfyllt.

Vi ska nu undersöka systemet

$$G(s) = \frac{K}{s(s^2 + 4s + 16)}$$

med olinjäriteten

$$u = \begin{cases} e & e \geq 0 \\ 0.2e & e < 0 \end{cases}$$

Uppgift 13 Vilken egenskap hos olinjäriteten gör att (vår variant av) beskrivande funktionsmetoden inte kan användas direkt?

. . . .
. . . .

Uppgift 14 För vilka K-värden är cirkelkriteriet uppfyllt? Simulera systemet för olika K-värden. Visa att cirkelkriteriet är ”försiktigt” (konservativt), dvs att Nyquistkurvan kan gå en bit in i cirkeln utan att någon instabilitet märks.

Tips: Olinjäriteten implementeras m.h.a. blocket 1D Lookup Table där *Table data* ska vara [-0.2 0 1] samt *Breakpoints 1* ska vara [-1 0 1].

....

....

Uppgift 15 Använd nu det K-värde som utgör stabilitetsgränsen, dvs som ger en självsvängning hos systemet. Vilken egenskap hos svängningen kan ni relatera till svaret i uppgift 13.

....

....

5 Exakt linjärisering

Målet med en här uppgiften är att ta fram en exakt linjärisering för de korskopplade vattentankarna i figur 7 så att ett steg i referenserna ger ett monotont stegsvar med en tidskonstant på ca 1 s för utsignalen. Till er hjälp har ni Simulink-modellen `exaktlin.mdl` där ni ska implementera er styrlag i blocket `controller`, se figur 8. Stegsvaret ska gå från nivå 5 till nivå 6. Från figur 7 kan man ställa upp följande förenklade modell:

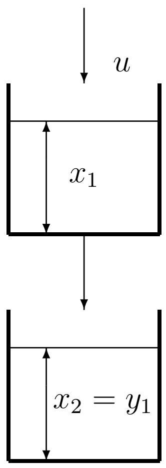
$$\dot{x}_1 = -\sqrt{x_1} + u, \tag{2a}$$

$$\dot{x}_2 = -\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1}, \tag{2b}$$

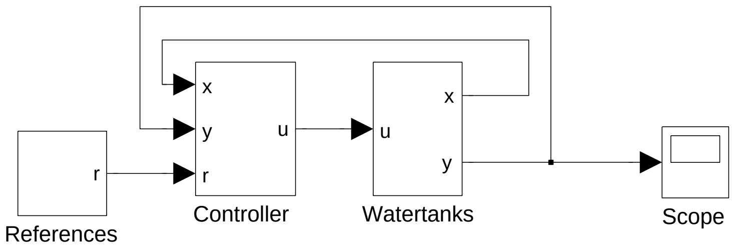
$$y_1 = x_2. \tag{2c}$$

Uppgift 16 Implementera styrlagen från förberedelseuppgifterna 8 och 9 och trima den så att stegsvaret uppfyller kraven.

Tips: Hur ska överföringsfunktionen $G_c(s)$ (där $y = G_c(s)r$) vara för att kraven skall vara uppfyllda? Hur skall återkopplingen göras för att realisera detta $G_c(s)$?

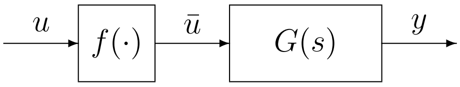


Figur 7: Korskopplade vattentankar.



Figur 8: SIMULINK-modellen `exaktlin.mdl`.

....
....



Figur 9: Linjärt system $G(s)$ i serie med en olinjäritet $f(\cdot)$.

6 Förberedelseuppgifter

För att laborationen ska vara givande och möjlig att genomföra under laborationstillfället är det av stor vikt att ni gjort nedanstående förberedelser inför laborationen. Förberedelseuppgifterna redovisas i början av laborationen och godkänns av laborationsassistenten. För att få genomföra laborationen ska samtliga förberedelseuppgifter vara godkända.

Uppgift 1 Läs igenom hela laborationskompendiet och tillhörande teori i kursboken. Fokusera speciellt på kapitel 11, 12.3, 14 och 17.

....

....

Uppgift 2 Givet systemet i figur 9 samt $u = a + b \sin \omega t$. Ange ett uttryck för $\bar{u}$ då $f = (\cdot)^3$? Hur påverkar olinjäriteten frekvenserna i y? Jämför med y då f är en linjär statisk funktion.

....

....

Uppgift 3 Hur ska parametrarna h och d matas in i SIMULINK-blocken på sidan 15 för att olinjäriteterna ska få rätt beteende?

....

....

Uppgift 4 Betrakta systemet i exempel 1 på sidan 5. Vilken amplitud och frekvens förväntas en självsvängning ha enligt beskrivande funktionsmetoden? Använd kommandot `dfplot` beskrivet i kapitel 3.2.

....
....

Uppgift 5 Implementera systemet i Exempel 1 i SIMULINK. Vilken amplitud och frekvens får man vid simulering i SIMULINK? Jämför med resultatet i uppgift 4. Vad händer om man startar med annan initialamplitud på utsignalen? Kunde man förutse detta ur diagrammet med beskrivande funktion?

Tips: Utsignalens initialvärde kan sättas genom att implementera $G(s)$ med hjälp av blocket Transfer Fcn (with initial outputs) som finns i biblioteket Blocksets & Toolboxes / Simulink Extras / Additional Linear.

....
....

Uppgift 6 Försök hitta ett direkt samband mellan y (eller någon av y:s derivator) och u för det olinjära systemet beskrivet i (2) på sidan 10.

....
....

Uppgift 7 Vad är skillnaden mellan exakt insignal-utsignal linjärisering och exakt tillståndslinjärisering? Existerar det en exakt tillståndslinjärisering till systemet i (2) på sidan 10?

....
....

Uppgift 8 Beräkna en styrlag så att det slutna systemet blir exakt linjärt.

Tips: Variabelbytet $z_1 = y$, $z_2 = \dot{y}$, $\ldots$, $z_n = y^{n-1}$ behöver ni inte göra vid *implementeringen*.

....

....

Uppgift 9 Givet systemet

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \bar{u}, \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} z.\end{aligned}$$

Ange en tillståndsåterkoppling $\bar{u} = L_r r - Lz$ så att det slutna systemet $y = G_c r$ får ett monotont stegsvar.

Tips: Använd exempelvis kommandot `place`.

....

....

7 Byggtips

Nedan följer förslag på hur olinjäriteterna i laborationen kan implementeras i Simulink. Fundera själv ut vilka parametervärden som ska användas i Simulink-blocken för att den önskade olinjäriteten ska erhållas.

Olinjäritet	*Implementering i* SIMULINK