

# Industriell reglerteknik — Lab 3

## Modellbaserad prediktionsreglering av destillationskolonn

Denna version: 5 februari 2019



Namn: \_\_\_\_\_

Personnr: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

Godkänd: \_\_\_\_\_



# 1 Inledning

Syftet med denna laboration är att undersöka modellbaserad prediktionsreglering (MPC) som reglerstrategi för att styra olinjära system med flera in- och utsignaler samt bivillkor som man måste uppfylla i alla tidpunkter. Tillämpningen som vi ska studera är en destillationskolonn som används för att separera två komponenter med olika flyktighetsgrad.

## 1.1 Bakgrund

I figur 1.1 visas en industriell oljedestillationsprocess. Destillation används i många sammanhang, till exempel för att ta fram eteriska oljor ur växter, för alkoholframställning och inom oljeindustrin. Destillationsprocessen är termodynamisk och använder både uppvärmning och nedkylning för att få fram de önskade molfraktionerna av de ingående komponenterna. Enkelt uttryckt (vid binär destillation) fås den flyktigaste komponenten på toppen och den andra på botten av kolonnen. Destillaten kan inte bli helt rena på grund av så kallade azeotropiska egenskaper hos de ingående komponenterna. Flyktigheten ändras beroende på fraktionen av de olika ämnena i vätskan.



Figur 1.1: En industriell destillationsprocess vid Forchem Oy i Finland. (Från [www.emersonprocess.com/home/news/resources/](http://www.emersonprocess.com/home/news/resources/))

## 2 Systembeskrivning

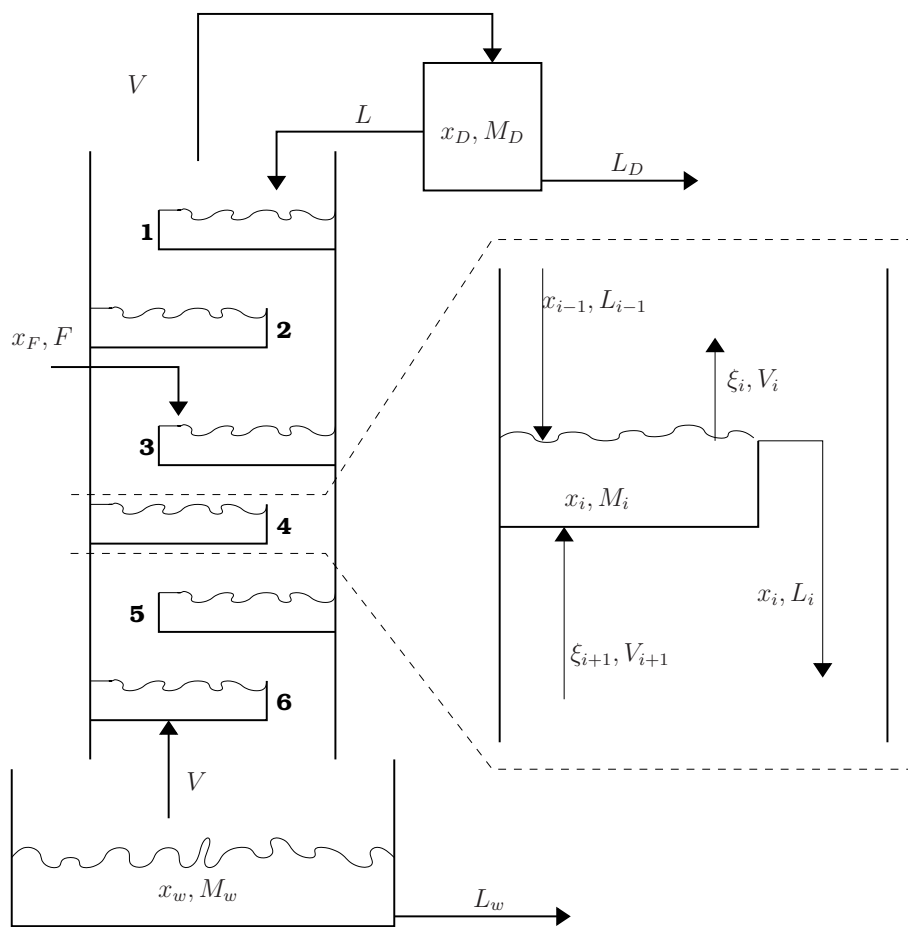
Destillationskolonnen i denna laboration används för att separera två komponenter ur en blandning. Blandningsflödet  $F$  matas in till kolonnen strax över mitten och processen ska hanteras så att det ena ämnet hamnar med så hög andel som möjligt i botten tanken och det andra med så hög andel som möjligt i kondensorn. Detta styrs genom att ändra gas- och vätskeflödet genom kolonnen.

Förändringar i matningen i förhållande till gjorda antaganden kommer att påverka resultatet. Matningen uppkommer tidigare i tillverkningskedjan och kan därför inte styras. Ur ett reglertekniskt perspektiv kan denna därför betraktas som en störning. Detsamma gäller för andelen av de två ämnena i flödet. Destillationskolonnen kan schematiskt beskrivas som i figur 2.1, där  $L_D$  och  $L_w$  är de flöden där vi plockar ut de två ämnena och  $F$  är matningen som inte kan styras av oss. I figuren syns även de sex avsatser, så kallade bottnar, som finns i kolonnen. Bottnarna är plattor med hål i som gör att gas kan strömma uppåt och vätska kan rinna ner till nästa botten.

Signal	
$x$	molfraktion av det mest flyktiga ämnet i vätskan
$\xi$	molfraktion av det mest flyktiga ämnet i gasen
$M$	vätskevolym
$L$	total mängd i vätskeflödet (Liquid)
$V$	total mängd i gasflödet (Vapour)
$L \cdot x$	mängd av det mest flyktiga ämnet i vätskeflödet
Index	
$i$	bottenummer
$D$	kondensor
$w$	tank
$F$	matning

Tabell 2.1: Notation för destillationskolonnen.

Gasflödet,  $V$ , styrs i praktiken av förändringar i temperaturen i den nedre tanken och vätskeflödet,  $L$ , styrs via en ventil från kondensorn. I denna laboration bortser vi från dynamiken för uppvärmningen och dynamiken i ventilen och styr dessa signaler direkt. Det innebär att i denna process finns det två styrsignaler,  $L$  och  $V$ . Studerar man tanken inses ganska snart att vi tjänar på att använda båda styrsignalerna eftersom resultatet ska "förflyttas" genom hela kolonnen. Prestandan bör därför förbättras avsevärt om vi påverkar både uppifrån och nerifrån.



Figur 2.1: Schematisk beskrivning av destillationskolonn. I tabell 2.1 beskrivs notationen.

## 2.1 Tillståndsbeskrivning

Ett antal antaganden behöver göras för att kunna gå vidare med beräkningarna. De vanligaste handlar om att titta på en längre tidsskala, så att vi kan anta utjämnings effekter.

De antaganden som används i denna laboration är standard för området, se tabell 2.1 för teckenförklaring:

1. Systemet har konstant flyktighet på alla nivåer och varje botten är en perfekt, 100 % effektiv (teoretisk) botten. Därför kan följande enkla gas-vätske-jämviktsförhållande användas

$$\xi_i = \frac{\alpha x_i}{1 + (\alpha - 1)x_i}. \quad (1)$$

Konstanten  $\alpha$  är relativ flyktighet mellan de två komponenterna.

2. En enda matningsström,  $F$ , ges som mättad vätska vid dess kokpunkt på matningsbotten, det vill säga ingen gas matas in.
3. Den överblivna gasen kondenseras totalt i kondensorn ( $\xi_D = 0$ ).
4. Mängden vätska är konstant, lika och perfekt blandad på alla bottenarna, ( $M_i = M, \forall i; dM/dt = 0$ ).
5. Mängden kvarhållen gas är försumbar i hela systemet.
6. Flödeshastigheterna av vätskan och gasen är lika till och från varje botten ( $L_i = L, i = 1, 2; L_i = L + F, i = 3, 4, 5, 6; V_i = V, \forall i$ ).

I appendix A diskuteras dessa antaganden och deras innebörd mer i detalj. Om vi använder dem kan systemets dynamiska uppförande beskrivas med hjälp av massbalanser.

$$\begin{aligned} M_D \dot{x}_D &= V(\xi_1 - x_D) \\ M \dot{x}_1 &= V(\xi_2 - \xi_1) + L(x_D - x_1) \\ M \dot{x}_2 &= V(\xi_3 - \xi_2) + L(x_1 - x_2) \\ M \dot{x}_3 &= V(\xi_4 - \xi_3) + Lx_2 - (L + F)x_3 + Fx_F \\ M \dot{x}_4 &= V(\xi_5 - \xi_4) + (L + F)(x_3 - x_4) \\ M \dot{x}_5 &= V(\xi_6 - \xi_5) + (L + F)(x_4 - x_5) \\ M \dot{x}_6 &= V(\xi_w - \xi_6) + (L + F)(x_5 - x_6) \\ M_w \dot{x}_w &= V(x_w - \xi_w) + (L + F)(x_6 - x_w) \end{aligned} \quad (2)$$

Här har använts att  $L_w = L + F - V$  och  $L_D = V - L$  på grund av att  $M_w$  och  $M_D$  är konstanta.

Jämviktspunkten hittas genom att sätta derivatorna till 0, utnyttja ekvation (1) och lösa ut  $x_i$  för givna värden på de ingående konstanterna. I laborationen används konstanter och linjäriseringspunkter enligt tabell 2.2.

Konstanter	Linjäriseringspunkter
$M_w = 10,$	$L^* = 2.0,$
$M_D = 10,$	$V^* = 2.5,$
$M = 5,$	$F^* = 1.0,$
$\alpha = 3.0,$	$x_F^* = 0.5.$

Tabell 2.2: Konstanter och linjäriseringspunkter för destillationskolonnen.

Jämviktslösningen till ekvation (2) ges då av

$$\begin{aligned}
x^* &= (x_D \quad x_1 \quad \dots \quad x_6 \quad x_w)^T \\
&= (0.9577 \quad 0.8834 \quad 0.7468 \quad 0.5554 \quad 0.3913 \quad 0.2223 \quad 0.1042 \quad 0.0423)^T \\
\xi^* &= (\xi_1 \quad \dots \quad \xi_6 \quad \xi_w)^T \\
&= (0.9577 \quad 0.8982 \quad 0.7890 \quad 0.6580 \quad 0.4611 \quad 0.2583 \quad 0.1166)^T
\end{aligned} \tag{3}$$

där  $\xi^*$  fås genom sambandet (1).

## 2.2 Linjärisering

De dynamiska ekvationerna kan nu linjäriseras kring dessa jämviktspunkter och avvikelserna från linjäriseringspunkten betecknas med hjälp av  $\Delta$ , till exempel  $\Delta x_3 = x_3 - x_3^*$ ,  $\Delta L = L - L^*$  och så vidare. Notera att (1) ger att

$$\Delta \xi_i = \frac{\alpha}{(1 + (\alpha - 1)x_i^*)^2} \Delta x_i \triangleq z_i^* \Delta x_i. \tag{4}$$

Linjärisering av, till exempel, matningsbottens ekvation ger

$$\begin{aligned}
M \Delta \dot{x}_3 (= M \dot{x}_3) &= L^* \Delta x_2 - (L^* + F^* + V^* z_3^*) \Delta x_3 + V^* z_4^* \Delta x_4 + F^* \Delta x_F \\
&\quad + (\xi_4^* - \xi_3^*) \Delta V + (x_2^* - x_3^*) \Delta L + (x_F^* - x_3^*) \Delta F
\end{aligned} \tag{5}$$

Linjäriseringspunkter betecknas med superskript \* (t.ex.  $L^*$ ) och startvärden betecknas med superskript 0 (t.ex.  $x_F^0$ ), för de olika signalerna. I laborationen kommer vi utgå från den linjära modell som fås då dessa linjäriseringspunkter används, men startvärden och verkliga störningsvärden kan vara något annat, alltså betecknat med superskript 0. Om till exempel störningsfraktionen inte är den vi har antagit,  $x_F^0 \neq x_F^*$ , kommer övriga jämviktspunkter att ändras, vilket gör att den linjära modellen inte längre är korrekt.

## 2.3 Begränsningar

I modellen finns ytterligare olinjäriteter. Alla molfraktioner är av naturliga skäl begränsade till

$$0 \leq x, \xi \leq 1.$$

Man behöver dock inte explicit ta hänsyn till dessa tillståndsbegränsningar i labuppgifterna.

Vi kan heller inte ha negativa gas- eller vätskeflöden. Dessutom är vätskeflödena begränsade av dimensionen på tillrinningshål och gasflödet begränsat av uppvärmningskapacitet i tanken. Därför får vi

$$0 \leq V, F, L \leq 5.$$

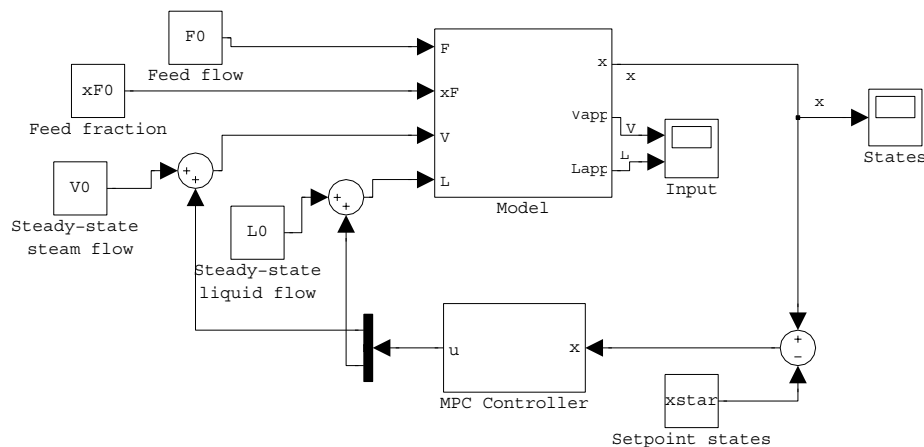
Detta betyder att den beräknade och applicerade styrsignalen kommer att vara olika om den beräknade styrsignalen inte uppfyller de bivillkor på  $\Delta L$  och  $\Delta V$  som svarar mot bivillkoret ovan.



## 3 Simuleringsmiljö

### 3.1 Modell

Systemet ska simuleras i Simulink och den simuleringsmodell som ska användas i första delen av laborationen visas i figur 3.1. Blocket **MPC Controller** är samma block som har använts under lektionerna om MPC-reglering. Dessa block behöver ha tillgång till filen `mympccontroller.m` vid simuleringen. Dessutom krävs det en funktion som beskriver hur styrsignalen ska beräknas (se kursens övningskompendium för detaljer).



Figur 3.1: Simulinkschema till de två första uppgifterna.

### 3.2 Att hantera simuleringsmodellen

- När ni kommer till en av ISY:s datorsalar behöver ni kopiera laborationsfilerna till ert konto. Laborationsfilerna finns i katalogen `mpc` som ni i Linux kan kopiera med kommandot

```
cp -r /courses/tsrt07/labs/mpc .    (Observera punkten!)
```

när ni står i er hemkatalog.

- Starta Matlab genom att skriva kommandona  
module add prog/matlab  
matlab &  
i ett terminalfönster och skriv sedan  
cd mpc  
distillmpcbasic

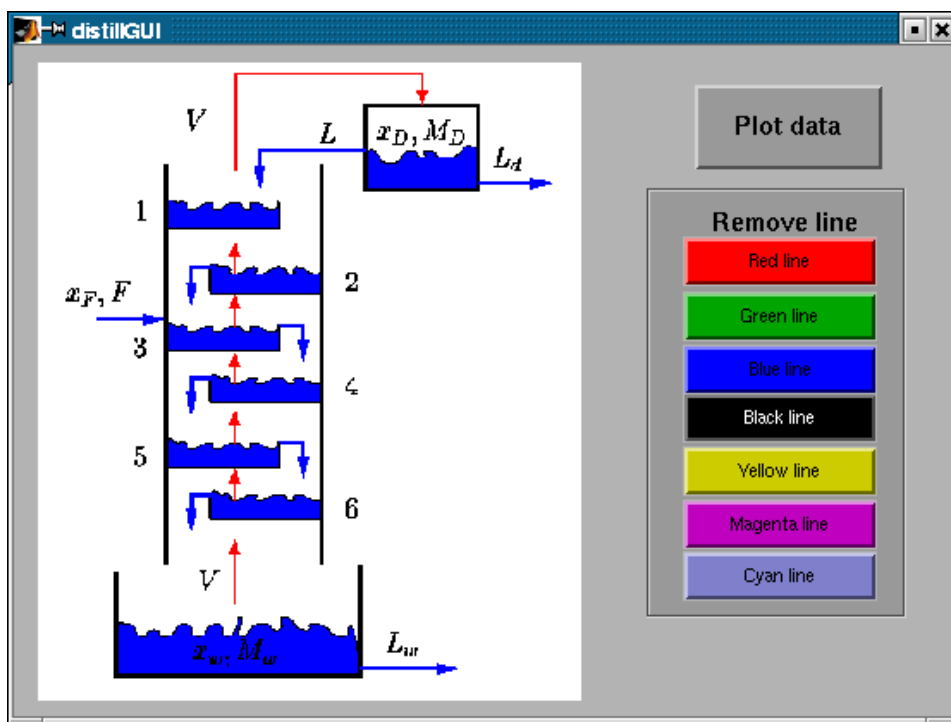
i Matlabs kommandofönster för gå till rätt katalog och öppna simulinkmodellen ovan. De nödvändiga filerna finns även på kurshemsidan om du arbetar på egen dator.

- Skriv `load distilldata` för att ladda in nödvändiga variabler.
- Simuleringen startas genom att välja **Start** från menyn **Simulation**. Notera att detta inte kommer att fungera förrän ni har skrivit den funktion som MPC-regulatorn använder för att beräkna styrsignalen.
- Öppna det grafiska interfacet genom att skriva `distillGUI`. Där kan valda körningar plottas för att jämföra prestanda (se figur 3.2). Efter en simulering plottas det senaste resultatet genom att använda plot-knappen. Valda körningar tas bort genom att använda den remove knapp som hör till vald färg. Som prickad linje, ':', visas alltid  $x^*$ .
- Simuleringstidens längd kan sättas genom att välja **Simulation Parameters** under menyn **Simulation**. Tiden är inledningsvis satt till 100 minuter.
- Systemets initialtillstånd är från början satt till

$$x^0 = x^*, L^0 = L^*, V^0 = V^*, x_F^0 = x_F^*, F^0 = F^*,$$

det vill säga, systemet är i sitt jämviktsläge.

I simuleringen är det de olinjära differentialekvationerna i ekvation (2) som används, det vill säga det simulerade systemet är olinjärt. MPC-regulatorn kommer dock att vara baserad på en linjäriserad modell. Matriserna **A**, **B** och **Mz** (som definierar den styrda signalen  $z = M_z x$ ) i denna modell finns bland de variabler som lästes in i Matlab ovan.



Figur 3.2: Grafiskt interface för destillationskolonnen.

## 4 Genomförande

Denna laboration inleds med ett obligatoriskt introduktionstillfälle.

### 4.1 Förberedelser

Läs igenom denna labhandledning noga och lös även uppgifterna på de båda lektioner om MPC-reglering som ligger schemalagda före introduktionstillfallet.

### 4.2 Introduktionstillfälle

Vid introduktionstillfallet finns en assistent närvarande för att kunna svara på eventuella frågor. Det är inte tanken att man ska hinna lösa alla labuppgifter vid detta tillfälle utan tanken är bara att man ska komma igång med laborerandet.

### 4.3 Självständigt arbete

Efter introduktionstillfallet förväntas ni arbeta självständigt med labuppgifterna. Det kommer dock att finnas resurstillfällen där en assistent finns tillgänglig för att svara på frågor. Tiderna för resurstillfällena kommer att anges på kursens websida.

### 4.4 Redovisning

Laborationen redovisas med en skriftlig rapport som ska lämnas in ungefär en vecka efter introduktionstillfallet.

Rapporten ska presentera problemet och förklara lösningen på ett sätt så att någon som inte läst lab-PM ändå kan följa med. Ytterligare riktlinjer för hur man skriver en bra rapport finns i Appendix B.

## 5 Laborationsuppgifter

### 5.1 Grundläggande MPC-reglering

Målet för denna uppgift är att skapa en MPC-regulator som snabbt kan styra tillbaka systemet till jämviktspunkten från det störda initialtillståndet

$$x^\dagger = (0.98 \quad 0.90 \quad 0.76 \quad 0.53 \quad 0.37 \quad 0.20 \quad 0.08 \quad 0.02)^T.$$

#### Uppgifter:

- Simulera först det öppna systemet (utan återkoppling) med  $x^0 = x^*$ . Jämför de grafer som kan ritas upp med `distillGUI` med de som skapas av blocken `Inputs` och `States`. Studera även `Mz`-matrisens utseende. Vad visas i `distillGUI`?
- Simulera sedan det öppna systemet med det störda initialtillståndet  $x^0 = x^\dagger$  enligt ovan.
- Notera vid vilken tidpunkt de båda utsignalerna har svängt in till 0.001 ifrån sina jämviktsnivåer.
- Designa en MPC-regulator för destillationsprocessen och se till att den tar hänsyn till styrsignalbegränsningarna i systemet. Låt samplingstiden vara 1 min. (Tidsenheten i Simulink är minuter i detta fall.)
- Simulera det slutna systemet och notera insvängningstiderna för utsignalerna enligt definitionen ovan.

**Tips:** Tänk på att MPC-regulatorn arbetar med styrsignaler som är avvikelser runt jämviktsnivåerna när styrsignalbegränsningarna anges i regulatorn.

#### Redogör för följande i rapporten:

- Hur mycket snabbare svänger systemet in till jämviktsnivån  $x^*$  från det störda initialtillståndet  $x^\dagger$  när MPC-regulatorn används?

#### Redovisa även:

- Plottar som visar styr- och utsignaler för det slutna systemet och utsignalerna för det öppna.
- Insvängningstider för det öppna och det slutna systemet.
- De valda regulatorparametrarna  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  samt styrsignalbegränsningarna i regulatorn.

## 5.2 Referensföljning

Man är intresserad av att kunna styra utsignalerna en bit ifrån jämviktsnivåerna under ett kortare tidsintervall, för att på så vis kunna få information om processen under drift. Målet med denna uppgift är att designa en MPC-regulator som åstadkommer detta.

### Uppgifter:

- Designa en MPC-regulator med I-verkan som gör att utsignalerna följer referenssignalen

$$r(t) = \begin{cases} (0.0123 & 0.03)^T, & 20 \leq t < 60 \\ (0 & 0)^T, & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

Regulatorn ska utnyttja att de framtida värdena på referenssignalen.

- Simulera systemet med jämviktpunkten  $x^*$  som initialtillstånd.
- Trimma regulatorn så att utsignalerna  $z_1$  och  $z_2$  hunnit lägga sig på en konstant nivå vid tidpunkten  $t = 25$ .

### Redogör för följande i rapporten:

- Hur långt ifrån referensvärdena hamnade  $z_1$  och  $z_2$  under steget?
- Vad skulle kunna vara orsaken till att regulatorn inte lyckas att lägga sig exakt på referensvärdena, trots integralverkan?
- Vad är det MPC-regulatorn ovan optimerar, och hur det skiljer sig från regulatorn i föregående uppgift?
- Hur kan optimeringsproblemet regulatorn löser skrivas på standardform för kvadratiska optimeringsproblem?

**Tips:** Fundera på vilken modell MPC-regulatorn använder sig av.

### Redovisa även:

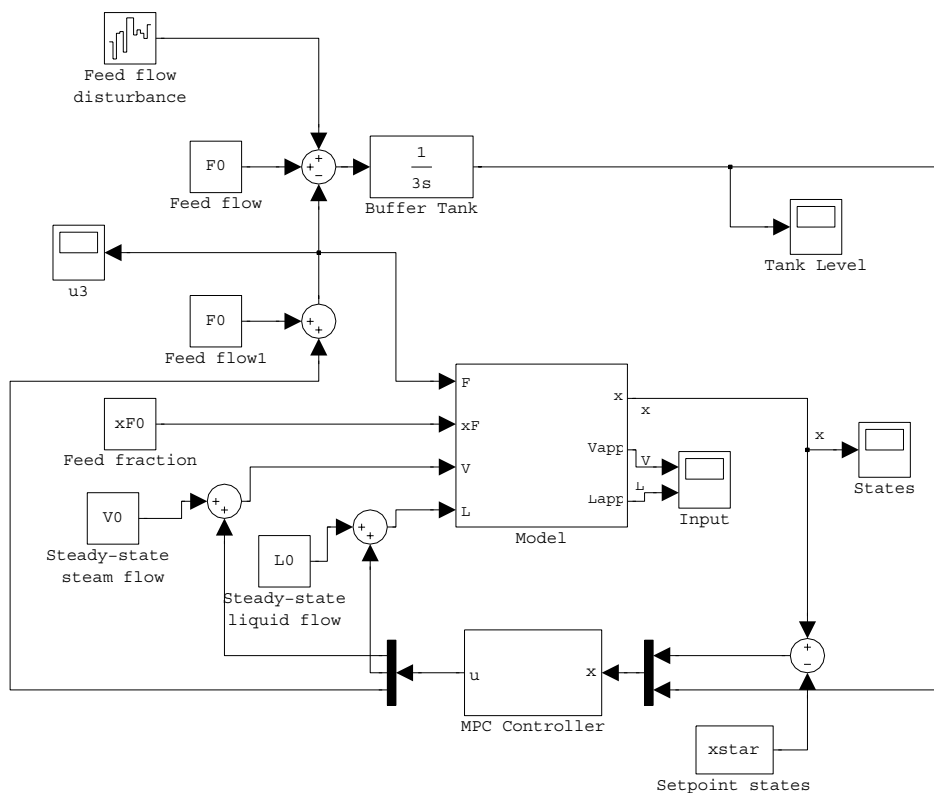
- Plottar som visar styr- och utsignaler för det slutna systemet.
- De valda regulatorparametrarna  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  samt styrsignalbegränsningarna i regulatorn.

### 5.3 Utnyttjande av bufferttank

Variationer i matningsflödet  $F(t)$  in till destillationskolonnen kan ses som en störning i systemet. För att minska inverkan av denna störning har man valt att installera en bufferttank på kolonnens ingång. Tankens dynamik beskrivs av sambandet

$$z_3(t) = \frac{1}{3p}(F(t) - u_3(t)), \quad (6)$$

där  $z_3$  är avvikelser i tanknivån runt en jämviktspunkt och  $u_3$  är flödet ut från tanken och in i kolonnen. Målet med denna uppgift är att designa en MPC-regulator som reglerar nivån i bufferttanken med hjälp av  $u_3$  på ett sådant sätt att störningens inverkan på kolonnen minskas avsevärt. Simulinkschemat som ska användas här visas i figur 5.1 och kan öppnas genom att man skriver `distillmpcbuffer` i Matlabs kommandofönster.



Figur 5.1: Simulinkschema till den tredje uppgiften.

**Uppgifter:**

- Utvidga den linjära modellen så att den även beskriver bufferttankens egenskaper.
- Designa en MPC-regulator baserad på denna modell.
- Simulera det slutna systemet med  $x^0 = x^*$  och utan steg i referensen.
- Testa minst två olika viktningar av  $z_3$  i optimeringsproblemet.

**Tips:** Tänk på tecknet framför  $u_3$  i (6).

**Redogör för följande i rapporten:**

- Hur kommer man till den utvidgade modellen utifrån ekvation (6)?
- Blir regleringen av  $z_1$  och  $z_2$  bäst om man lägger stor eller liten vikt på avvikelserna i tanknivån? Varför?

**Redovisa även:**

- Plottar som visar styr- och utsignaler för det slutna systemet för de två valen av vikt på avvikelserna i tanknivån.
- Matriserna som definierar den utökade linjära modellen samt en härledning av denna modell.
- De valda regulatorparametrarna  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  samt styrsignalbegränsningarna i regulatorn.



## A Diskussion av antagandenas betydelse

Detta appendix diskuterar antagandena som gjordes i systembeskrivningen (avsnitt 2.1) och deras betydelse för modelleringen. Som nämnts är antagandena som används i denna laboration standard för området, se tabell 2.1 för teckenförklaring:

1. Att en botten är 100% effektiv betyder att den fullständigt liknar beteendet i jämvikt. Ifall man antar att den relativa flyktigheten,  $\alpha$ , är konstant så gäller

$$\alpha = \frac{K_A}{K_B}$$

där  $K_i = \frac{\xi_i}{x_i}$  är fraktionen av ämne  $i$  i gas respektive vätskefas, detta ger

$$\alpha = \frac{\xi_A x_B}{x_A \xi_B}.$$

I en binär blandning gäller  $x_B = 1 - x_A$  och  $\xi_B = 1 - \xi_A$ . Genom elimination av  $\xi_B$  och  $x_B$  fås

$$\alpha = \frac{\xi_A(1 - x_A)}{x_A(1 - \xi_A)}.$$

Efter lite manipulerande fås

$$\xi_A = \frac{\alpha x_A}{1 + (\alpha - 1)x_A}.$$

2. Att matningsströmmen är mättad innebär att extra tillskott av energi får den att byta från vätskefas till gasfas.
4. Antagandet om perfekt blandning gör att man kan behandla varje platta som en enhet med samma molfraktion.
5. Om man försummar kvarhållen gas så kan man se gasflödet som ett enda flöde istället för en mängd separata flöden.
6. Antagandet om att flödes hastigheterna av vätska och gas är lika i hela systemet kommer av antagandet att mängden vätska på varje botten är konstant. Detta stämmer inte på en kort tidsskala eftersom det, till exempel, tar tid innan en förändring av mängden återförd vätska får resultat i hela kolonnen. Först påverkas de högre bottnarnas flöde för att sedan som en kedjereaktion ta sig neråt i kolonnen. Men då vi studerar systemet på en längre tidsskala fungerar dock detta antagande utmärkt.

## B Rapportskrivning

Här ges några kortfattade riktlinjer för hur man skriver en bra rapport.

- Den viktigaste egenskapen hos en rapport är tydlighet. Därför är det viktigt med t.ex. en inledning, inledande stycken till varje avsnitt och att texten struktureras med rubriker. Tydlighet är inte samma sak som att skriva mycket, ofta är en kort och koncis text tydligare än en lång.
- Figurer ska ha en förklarande figurtext, och plottar skall ha enhet angiven samt tydligt graderade axlar.
- Språkliga fel skall inte förekomma, vilket innebär att man både bör göra en automatisk stavningskontroll samt korrekturläsa för att hitta de språkliga fel som inte är stavfel.
- Rapporten skall bestå av material som ni själva producerat. Det är accepterat att i begränsad omfattning citera andra verk, förutsatt att det finns tydliga källhänvisningar.